ANIMATION

RESOLUTION DE PROBLEMES CYCLE 2

MERCREDI 06 FÉVRIER 2019

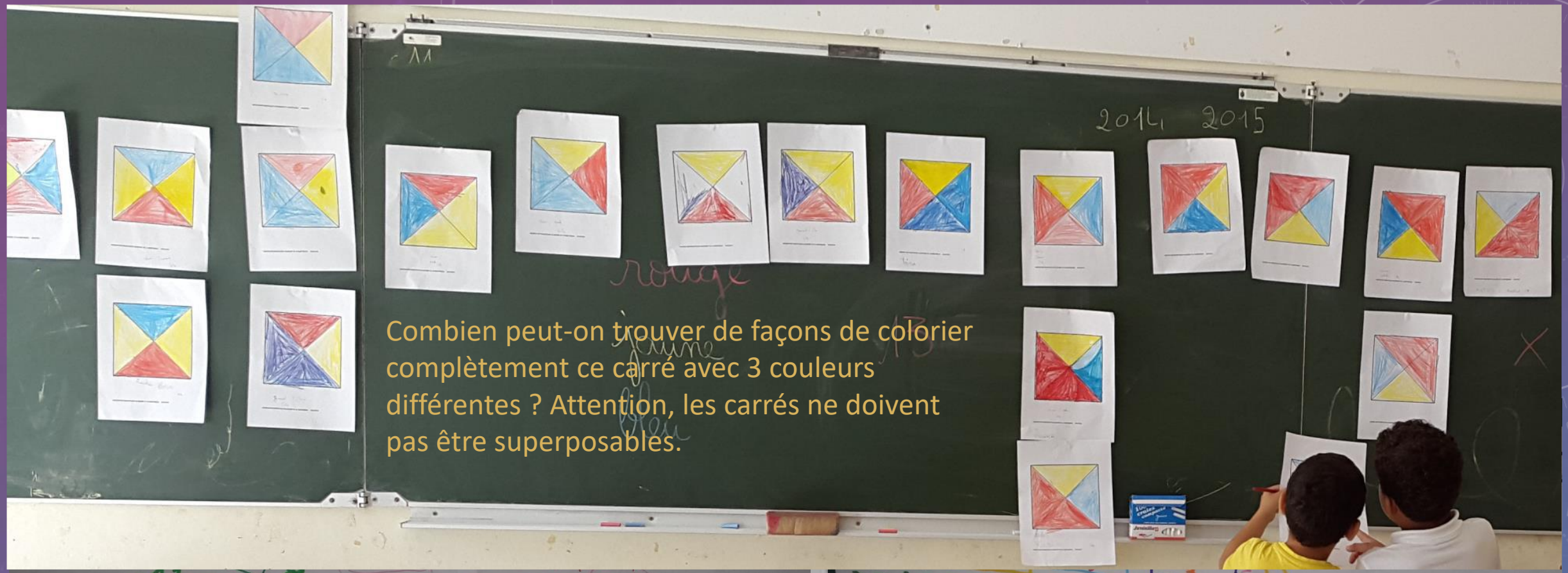
CORALINE NOWICKI
CPC DAMMARTIN EN GOËLE

Plan:

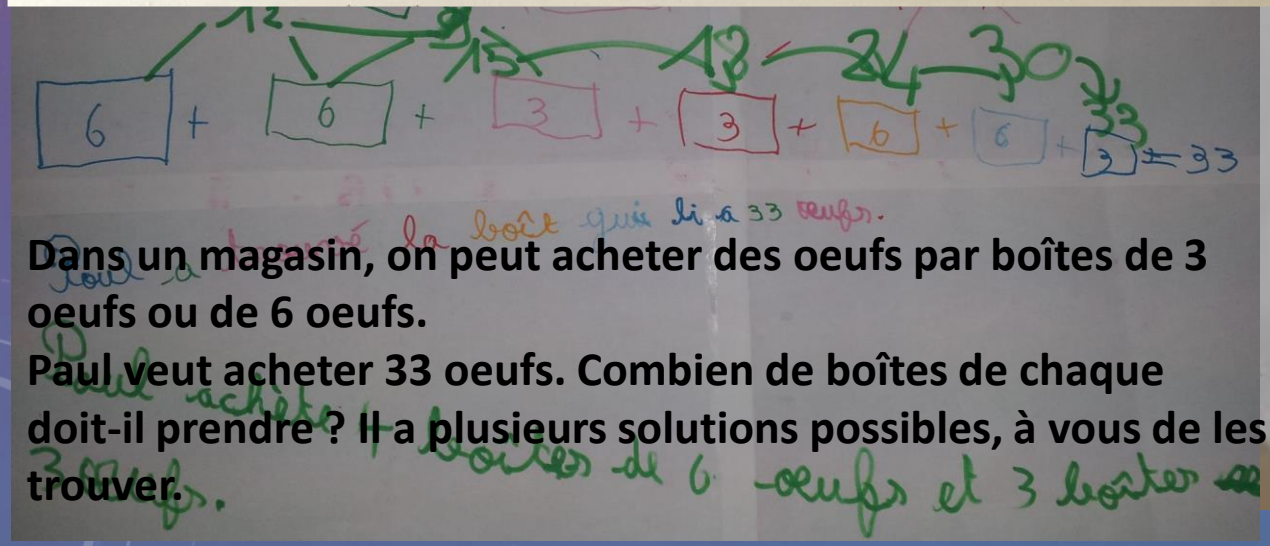
- De quels problèmes parle-t-on?
- La catégorie de Vergnaud: pour qui? Pouquoi?
- La programmation sur le cycle, sur l'élémentaire: que faut-il mettre en place?
- Les différents types de séances. Quelle organisation hebdomadaire?
- La séance d'apprentissage:
  - Les différentes phases de la séance
  - Rôle du problème de référence
  - Quelles traces écrites?
    - Les affichages
    - Les « leçons »
- Quelle différenciation possible?
- L'analyse des travaux des élèves

REPRÉSENTATIONS DES ÉLÈVES

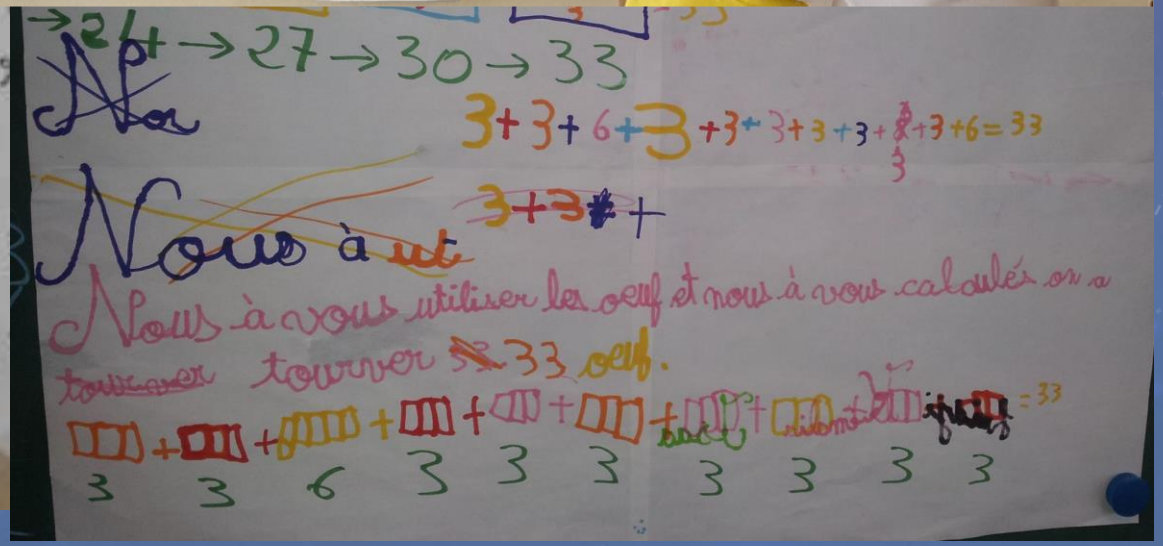
- ACTIVITÉ SOUVENT PEU POPULAIRE
- PERÇUE COMME DIFFICILE, SOURCE D'ÉCHEC
- POUR RÉSOUDRE UN PROBLÈME, IL FAUT FAIRE DES OPÉRATIONS
- IL FAUT UTILISER TOUS LES CHIFFRES DE L'ÉNONCÉ
- SI LE MAÎTRE ME DONNE CE PROBLÈME, C'EST SANS DOUTE QU'IL FAUT UTILISER L'OPÉRATION QU'ON VIENT D'APPRENDRE (CONTRAT DIDACTIQUE)



Combien peut-on trouver de façons de colorier complètement ce carré avec 3 couleurs différentes ? Attention, les carrés ne doivent pas être superposables.



Dans un magasin, on peut acheter des oeufs par boîtes de 3 oeufs ou de 6 oeufs.
Paul veut acheter 33 oeufs. Combien de boîtes de chaque doit-il prendre ? Il a plusieurs solutions possibles, à vous de les trouver.



Résolution de problèmes

Faire preuve d'initiative et d'autonomie

– affronter des problèmes inédits ;
– accepter qu'un même problème puisse être résolu de manières différentes.

Connaître des stratégies

– gérer des essais ;
– procéder par inventaire ;
– déterminer des étapes ;
– raisonner, déduire...

Prendre des informations sur différents supports

– texte et illustration ;
– tableau et graphique

Présenter, comprendre une solution et en débattre

– procédures ;
– erreurs...

La catégorie de Vergnaud: pour qui? Pouquoi?

Pour organiser une progression cohérente sur les deux cycles

- Aide à la programmation des problèmes sur l'année, sur le cycle.
- Aide à la catégorisation des problèmes mais pas un objet d'enseignement en soi => outil pour le maître

- Léo et Lucie ont 43 billes à eux deux. Léo a 6 billes. Combien Lucie a-t-elle de billes ?

Valeur d'un complément

- Lucie avait 43 billes ce matin. Elle a perdu 6 billes pendant la récréation. Combien a-t-elle de billes maintenant
- Lucie avait 43 billes ce matin. Elle a perdu 37 billes pendant la récréation. Combien a-t-elle de billes maintenan

Résultat d'une diminution

- Lucie a gagné 6 billes à la récréation. Maintenant elle a 43 billes. Combien de billes avait-elle avant la récréatic

Valeur avant une augmentation

Une opération

Ex la soustraction

Permet de résoudre plusieurs types de problèmes

Permet de construire les différents sens d'une opération

Problème de type 1 ex composition avec recherche de l'une des parties

Problème de type 2: transformation négative avec recherche de l'état final

Problème de type 3: transformation positive avec recherche de l'état initial

Proposer des problèmes de toutes les catégories

- Au début, pour beaucoup d'élèves, le premier sens de la soustraction est l'idée de **trouver ce qui reste** à la suite d'une diminution.
- En quelque sorte, **soustraire, c'est enlever**.

✓ Sens accessible tôt

✓ Peut aussi être un obstacle pour l'accès à d'autres sens de la soustraction

(**Trouver un complément**. ***Exemple :*** *Combien de billes bleues dans un ensemble qui comporte 25 billes dont 18 rouges, sachant que toutes les autres sont bleues ?*.
Calculer un écart ou une différence. ***Exemple :*** *Léo a 25 billes. Tom en a 18. Léo a plus de billes que Tom. Combien de plus ?)*

CAP Maths CE1 – Guide pédagogique

39

Résoudre des situations soustractives : ce qui manque

Je comprends

Combien manque-t-il à Erika pour pouvoir acheter la poupée ?

- Je lis les données sur le dessin.
- Je dessine le prix de l'objet et je barre la somme que possède Erika :

- On peut trouver la réponse en faisant une soustraction :

8 – 5 = ?

8 – 5 = 3

- Je réponds : Il manque 3 € à Erika.

J'applique

Cherche avec les pièces en carton !

1 Avec des pièces de 1 €, **dessine** le prix de chaque objet et **barre** la somme que chaque enfant possède pour voir les pièces qu'il lui manque.

Aki

Mado

Idris

2 Pour chaque problème de l'exercice **1**, **écris** la soustraction qui permet de trouver combien il manque à chaque enfant.

Aki

9 – 3 = 6

Mado

___ – ___ = ___

Idris

___ – ___ = ___

La bergerie

Les moutons dans la bergerie

Date :

Je résous un problème présenté par un dessin.

Le berger a 26 moutons.
Combien sont restés dans la bergerie ?

Questionner les manuels

Comparatif manuels Cycle 3: problèmes **numériques**
(Nous n'abordons pas ici les problèmes types « situation-problème pour aborder une nouvelle notion »)

	Champ additif								Champ multiplicatif							
	Transformation d'un état ou composition 'combinaison d'états			Comparaison d'états			Composition de transformations		Comparaison MULTIPLICATIVE		Proportionnalité simple			Proportionnalité simple composée	Proportionnalité double	Remarques
	Recherche de l'état final	Recherche du complément	Recherche de l'état initial	Recherche de l'état final après comparaison	Recherche de la comparaison	Recherche de l'état initial avant comparaison	rT	rTr	Recherche résultat	Recherche du rapport	Recherche du résultat de la multiplication	Recherche du nombre de part ou de la valeur d'une part	Situation où l'on ne connaît pas la valeur de l'unité (produit en croix)			
Cap maths CE2	3	2	11								6	3				-**Problèmes pour chercher** : trouver toutes les possibilités, trouver des décompositions (additives, multiplicatives) – **NOMBREUX** - **Banques de problèmes** : situations complexes, problèmes à étapes, gestion de données, lecture de tableau.
	3	6	5			1					6	10				
	1	1			5						4	9	1			
A portée de maths CM1	20	14	9	2	4		5	2	4	1	37	41	5	3	4	Partie comprendre et résoudre : poser la question, trouver l'opération, identifier les erreurs, construire un énoncé,... RESOLUTION DES PROBLEMES ?
A portée de maths CM2	24	11	3	1	4		4	4	1	3	24	35	22	2	4	Pas de programmation proposée Problèmes dans la partie calcul rapide Problèmes pour chercher : trouver toutes les possibilités Situations complexes, problèmes à étapes, CHAMP ADDITIF :importance du champ additif liées aux mesures et aux nouvelles notions nombres décimaux
Euro maths CM2	9	17	6	4			6		3	4	20	60	18		9	

La programmation sur le cycle, sur les deux cycles de l'école élémentaire: que faut-il mettre en place?

…des références construites avec les élèves et notées dans les cahiers prévus à cet effet (cahiers de référence en mathématiques) permettent de garder traces de l'aboutissement du travail effectué. Ces références peuvent être des résolutions de problèmes types sur lesquelles les élèves pourront s'appuyer lors de séances ultérieures pour résoudre correctement d'autres problèmes proposés. Références « construites avec les élèves » ne signifie en rien qu'il s'agit de productions imparfaites ; bien au contraire, il s'agit de modèles dont les élèves pourront s'inspirer pour leurs propres travaux. Ces exemples-types doivent servir de références systématiques lors des résolutions de problèmes ultérieures (« c'est comme... »). Idéalement, ces références seront communes à l'école, voire au réseau d'écoles, pour permettre de les utiliser pendant plusieurs années. ***BO avril 2018***

- Outil d'aide à la programmation en résolution de problèmes.

- **Un travail d’équipe**

- Cohérence entre une année et la suivante concernant le type de problèmes proposés: partie-tout/comparaison, nombre d’étapes, nombres en jeu, type d’opérations en jeu (addition, soustraction…), niveau des opérations en jeu (avec ou sans retenue, tables utilisées)

- Harmonisation au sein de l’école concernant les schémas utilisés en classe dans les institutionnalisations et les mises en commun.

PROBLÈMES DICTÉS

Sommes et compléments • Monnaie

– Résoudre des problèmes dans lesquels il faut calculer des sommes ou des compléments.

FICHIER NOMBRES ET CALCULS **p. 48**

Problèmes dictés

1 a. ..... euros b. ..... euros c. ..... euros de plus

Exercice 1

• Proposer successivement aux élèves trois problèmes à résoudre, chacun pouvant être illustré par les pièces et billets montrés par l'enseignant et les données écrites au tableau. Les réponses sont dans le fichier.

Problème a

Dans sa tirelire, Lisa a **2** billets de **5 €** et **1** pièce de **2 €**.

QUESTION : *Quelle somme d'argent possède Lisa ?*

Problème b

Alex a un billet de **10 €**. Il voudrait avoir **15 €**.

QUESTION : *Combien d'euros lui manque-t-il ?*

Problème c

Lisa a donc **12 €** et Alex **10 €**.

QUESTION : *Combien Lisa a-t-elle d'euros de plus qu'Alex ?*

RÉPONSE : a. 12 € b. 5 € c. 2 €.

Au moment de la correction, des pièces et des billets peuvent être utilisés pour illustrer les données et vérifier les réponses.

- Une grande séance de découverte par semaine avec recherche individuelle, confrontation en groupe, mise en commun et synthèse=>

  problème ouvert ou problème de découverte d'une nouvelle catégorie de problèmes

  => affichage du problème référent ou rapprochement avec un affichage déjà réalisé

- Des séances plus courtes qui peuvent être couplées aux séances de calcul mental (Cap maths: certaines séances de calcul mental sont proposées sous forme de problèmes énoncés oralement

PLUSIEURS TYPES DE PROBLÈMES (TYPOLOGIE DÉVELOPPÉE À PARTIR DE CELLE PROPOSÉE PAR CHARNAY, 1992)

Type de problème	Quel objectif?	Quand?	Quelle utilisation?
Situation problème Ou problème de découverte	Pour construire une connaissance nouvelle	Situation d'apprentissage en début de séquence	Problèmes destinés à engager les élèves dans la construction de nouvelles connaissances (donner du sens)
Le problème d'application	Pour s'exercer à la maîtrise de cette nouvelle connaissance	Après la construction de la connaissance Ou en remédiation	Permettre l'utilisation des connaissances déjà étudiées
Problème d'intégration	Pour utiliser cette connaissance dans un nouveau contexte	Mi séquence	Permettre aux élèves l'extension du champ d'utilisation d'une notion déjà étudiée
Problème d'évaluation		Fin de séquence	Permet de faire le point sur les connaissances maitrisées
Le problème complexe ou problème à étapes	Pour mobiliser plusieurs catégories de connaissances	Après la découverte et l'entrainement sur différentes connaissances	Les élèves doivent utiliser conjointement plusieurs catégories de connaissances.
Problème ouvert **(situation de recherche)**	Pour apprendre à chercher	Indépendant	Énoncé court qui n'induit ni la méthode, ni la solution (pas de question intermédiaire) qui reste dans le domaine conceptuel connu de l'élève et lui permet de développer des compétences plus méthodologiques

Résolution dite experte

Problèmes d'emblée reconnus comme se résolvant par soustraction.

Passage d'une résolution dite personnelle à une résolution dite experte

Problèmes pour lesquels une résolution par soustraction est enseignée au CE1.

Résolution dite personnelle

Problèmes résolus par diverses procédures (sans que la soustraction soit un objectif).

Soustraction

Recherche d'un reste

Alex a 75 images. Il donne 3 paquets de 10 images à Lisa. Combien lui reste-t-il d'images ?

Unité 2, séance 3

Recherche d'un complément

unité 8, séances 1 et 2.

Recherche d'une valeur initiale (avant augmentation)

unité 10, séance 5.

Recherche d'un écart

Un car orange a 65 places et un car bleu a 80 places. Il y a plus de places dans le car bleu que dans le car orange. Combien de plus ?

Problèmes d'apprentissage

Problème ouvert

Organiser sa séquence, la progression

Séance 1: Phase de construction: (situation problème) une nouvelle connaissance est utilisée pour traiter telle situation particulière. Elle est locale, liée à la situation d'origine.

Séances 2, 3, …: retour sur l'activité 1 avec différenciation. Les problèmes appartiennent à la même catégorie que celui de la séance 1. Ils offrent aux élèves la possibilité de réinvestir une procédure construite lors de la séance de découverte

L'élève applique d'abord dans le même contexte que celui de la situation de référence.

Phase de reconnaissance: hors contexte. (Problèmes d'intégration)

Ex cas de la recherche d'un état initial dans un problème de transformation positive, par ex, l'utilisation de l'écriture a – b sera progressivement privilégiée et reconnue comme une façon efficace de résourdre le pb => donner possibilité de reconnaitre une procédure particulière

Phase d'entrainement: hors contexte permet d'acquérir une bonne maitrise du nouvel outil

L'entrainement et la reconnaissance d'une procédure doivent permettre une décontextualisation des connaissances

Dernière phase**: transfert de connaissances** (problèmes complexes)

mobiliser les connaissances bien maitrisées dans des situations variées dans lesquelles elles sont pertinentes.

❑ La séance d’apprentissage:

- Les étapes
- Quelles traces écrites?
- Le problème de référence
- Enseigner la compétence « représenter »

LES ÉTAPES:

- Présentation rapide et **appropriation** du problème
- Temps de recherche **personnelle** puis en **groupe**

=> Favorise les échanges inter-élèves

Émission d'hypothèses, élaboration de stratégies, confrontation des idées, débat.

- **Aide de l'enseignant pendant la recherche**

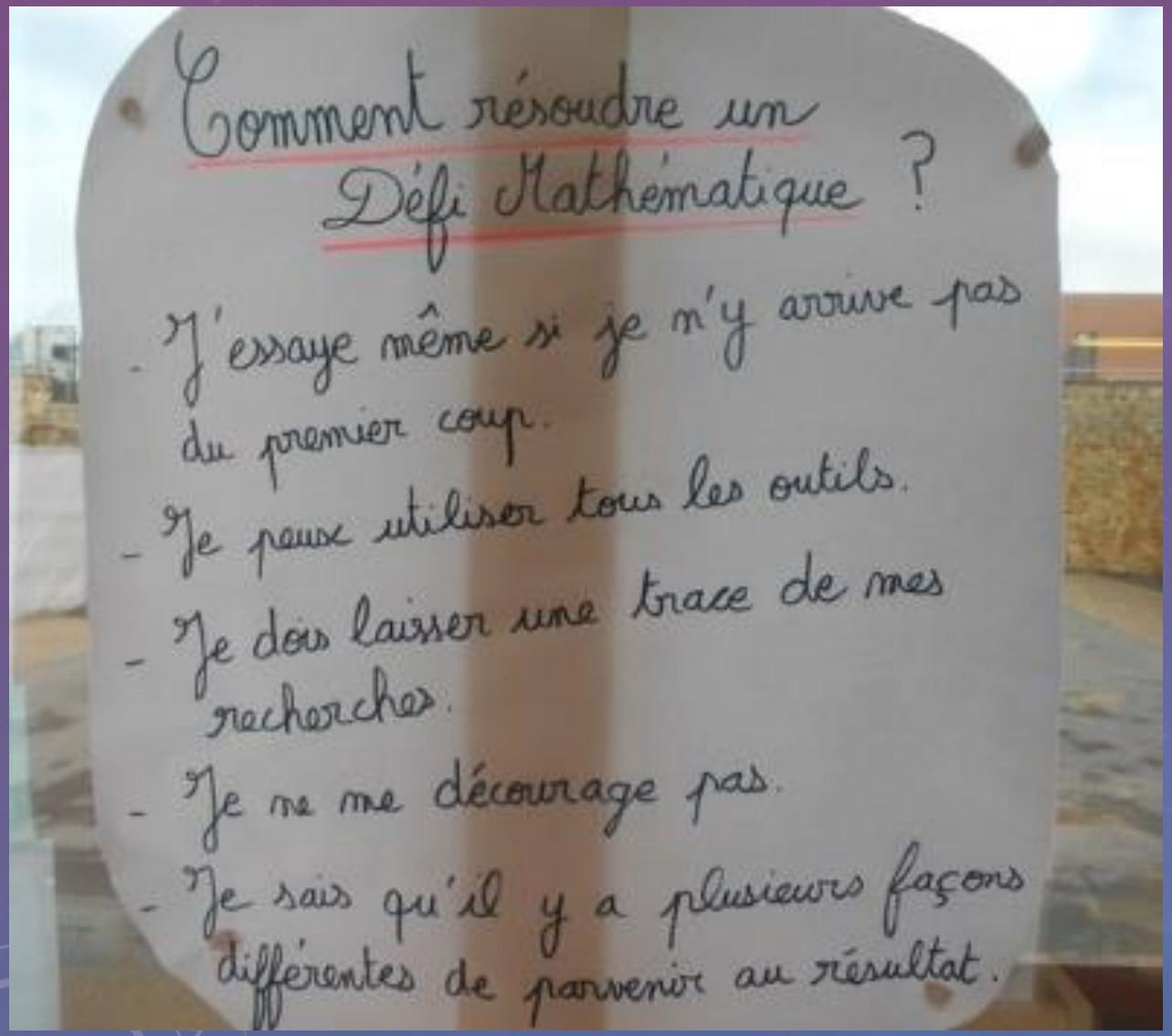
(relance, aide matérielle, questionnement..)

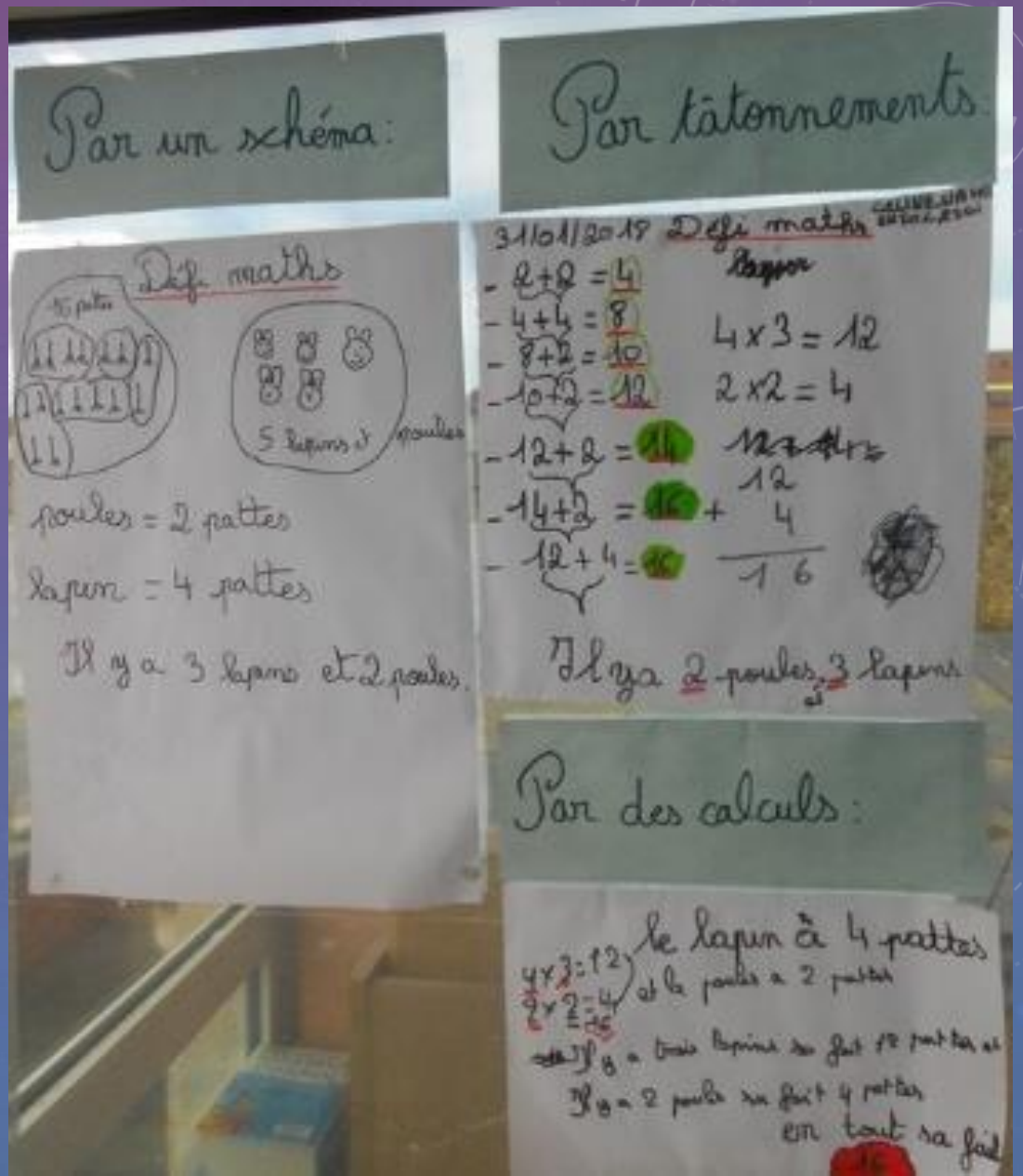
- Mise en commun, **débat** et **validation synthèse**

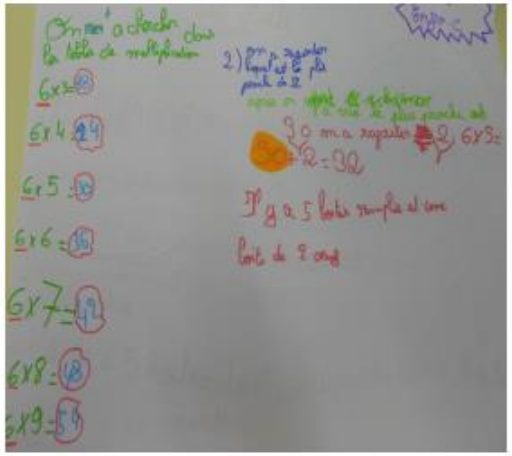
L'enseignement de la résolution de problèmes peut s'appuyer sur des temps d'échanges collectifs, permettant d'émettre des hypothèses, d'élaborer collectivement des stratégies, de confronter des idées et d'en débattre, de proposer des méthodes de résolution ou encore de soumettre à la classe des problèmes créés par les élèves eux-mêmes. Néanmoins, lors des séances de résolution de problèmes, la priorité doit être donnée aux temps pendant lesquels les élèves résolvent effectivement eux-mêmes des problèmes. La recherche de solutions de problèmes peut être menée à plusieurs, en invitant les élèves à collaborer, par binôme ou par groupes de trois ou quatre élèves. Il est néanmoins nécessaire d'accorder d'abord aux élèves un temps de travail individuel en amont de la mise au travail par groupe, afin de leur permettre de s'approprier le problème chacun à leur rythme et ainsi faciliter l'engagement de tous les élèves dans la tâche de résolution. Lors des temps de recherche individuelle ou par groupe, l'enseignant doit veiller à circuler dans les rangs pour consulter les productions de chacun des élèves afin de pouvoir

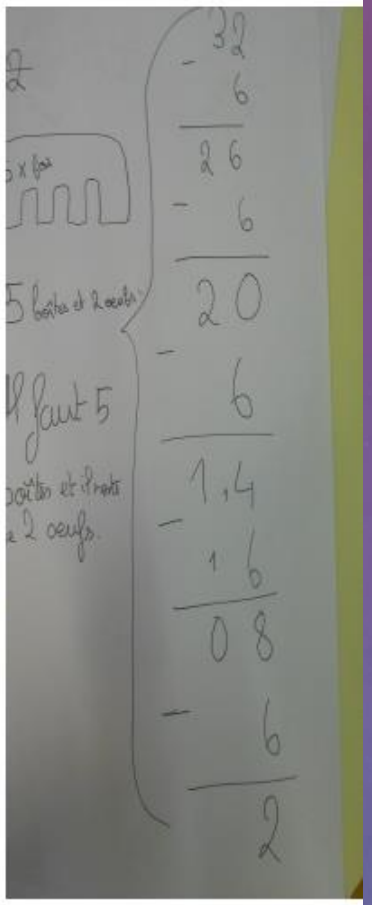
- encourager leur mise en recherche ;
- relancer le travail des élèves bloqués, pour des raisons mathématiques ou non, en posant des questions pour les aider à s'approprier l'énoncé, en invitant à faire un dessin ou un schéma, en proposant du matériel ;
- inviter des élèves à utiliser les ressources à leur disposition (cahier de référence ou affichages) ;
- demander à des élèves ne trouvant pas la même chose de comparer leurs résultats et leurs procédures pour se mettre d'accord ;
- accompagner plus longuement des élèves ayant des besoins spécifiques ou des difficultés particulières BO avril 2018

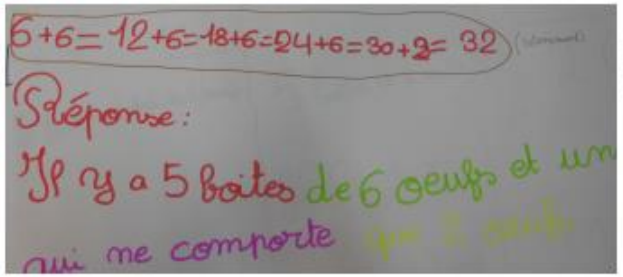
Quelles traces faut-il garder de l'activité?

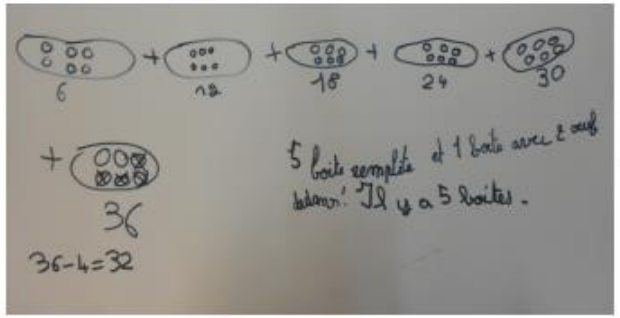


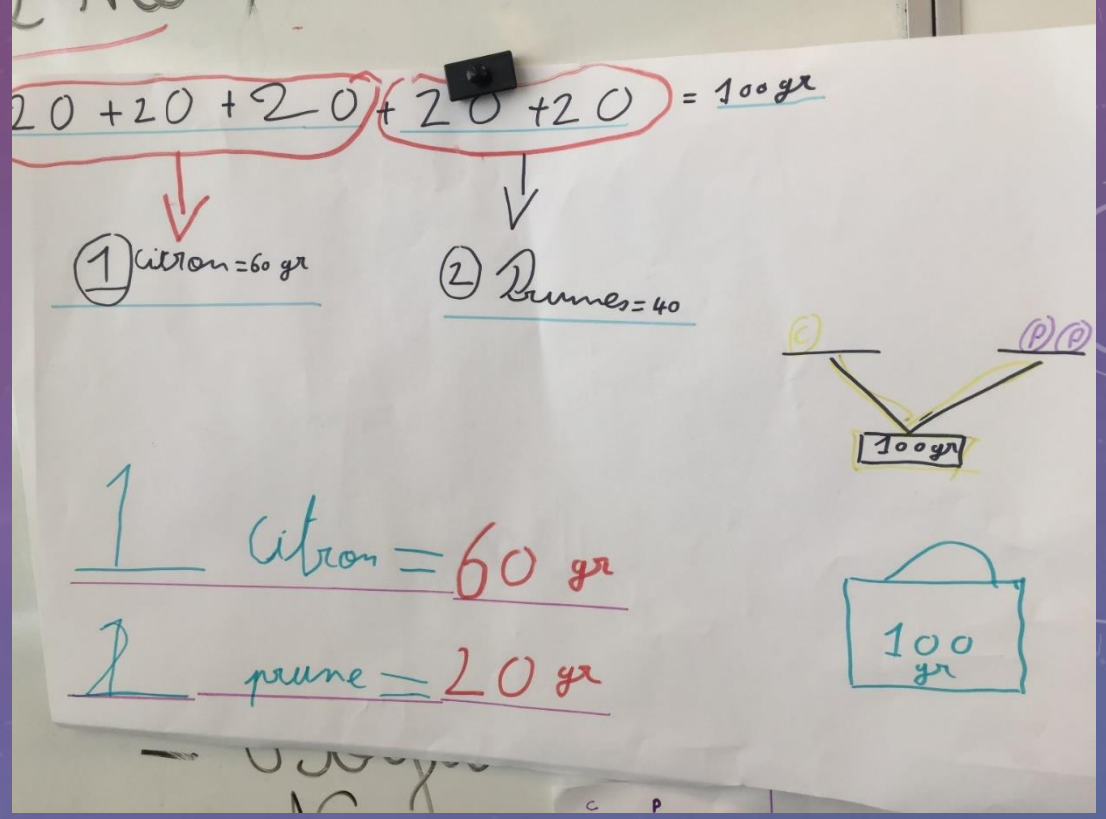




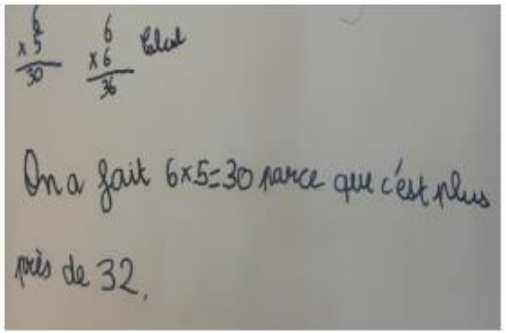


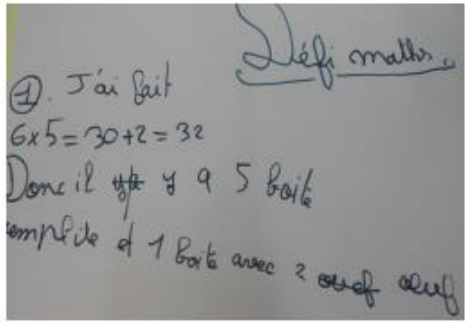


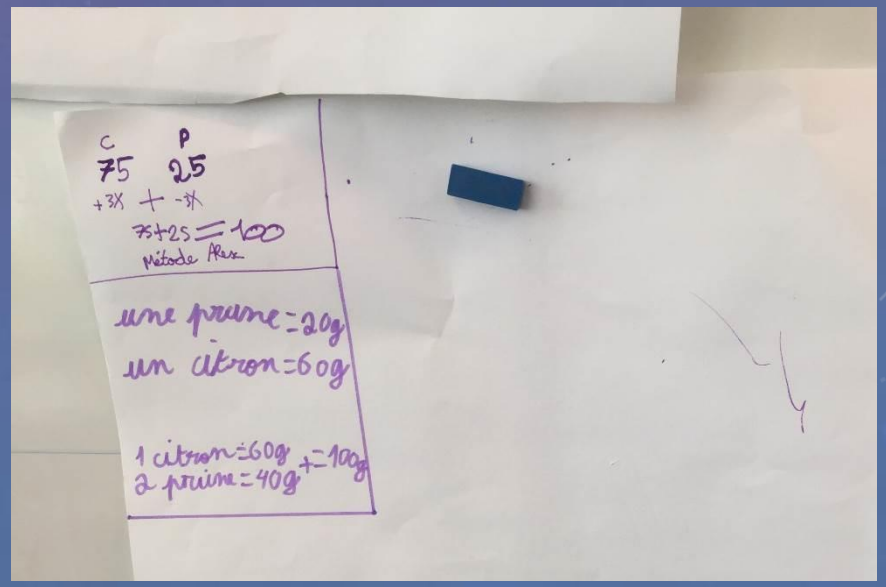


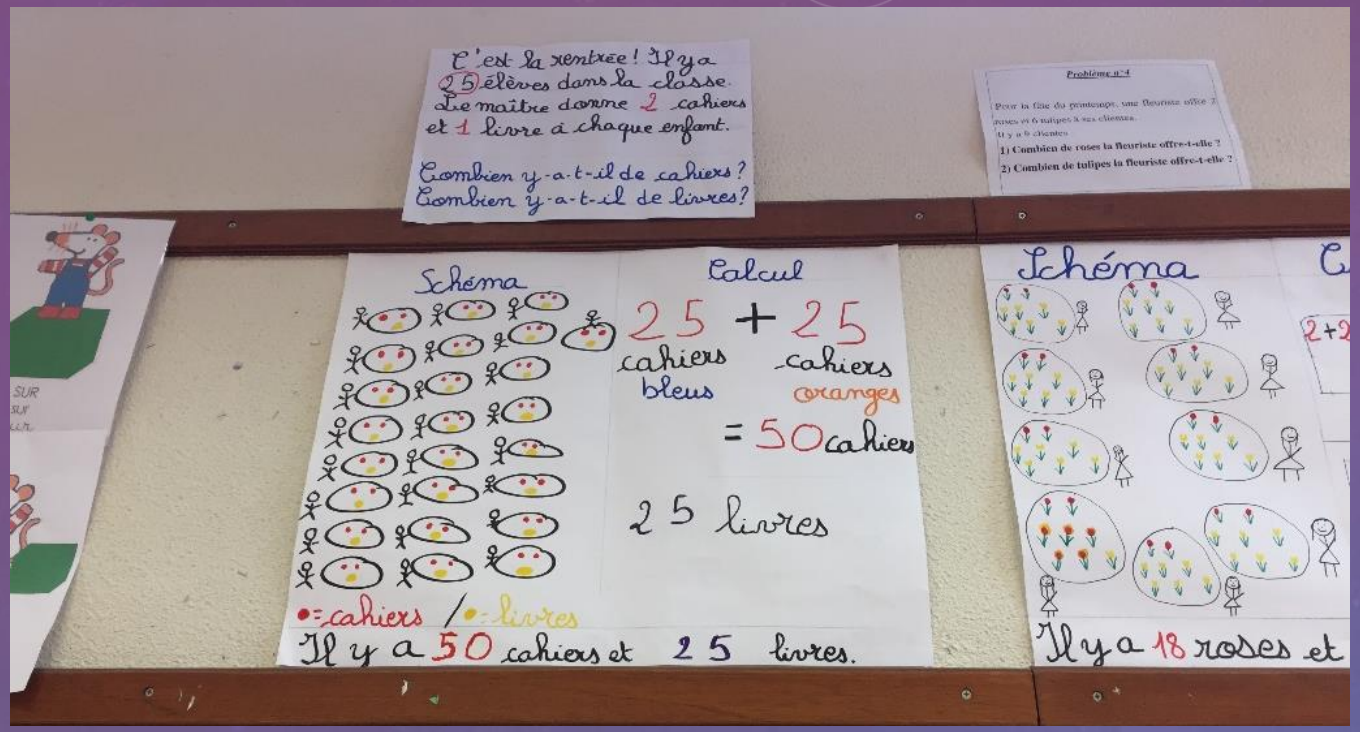


Des procédures personnelles …

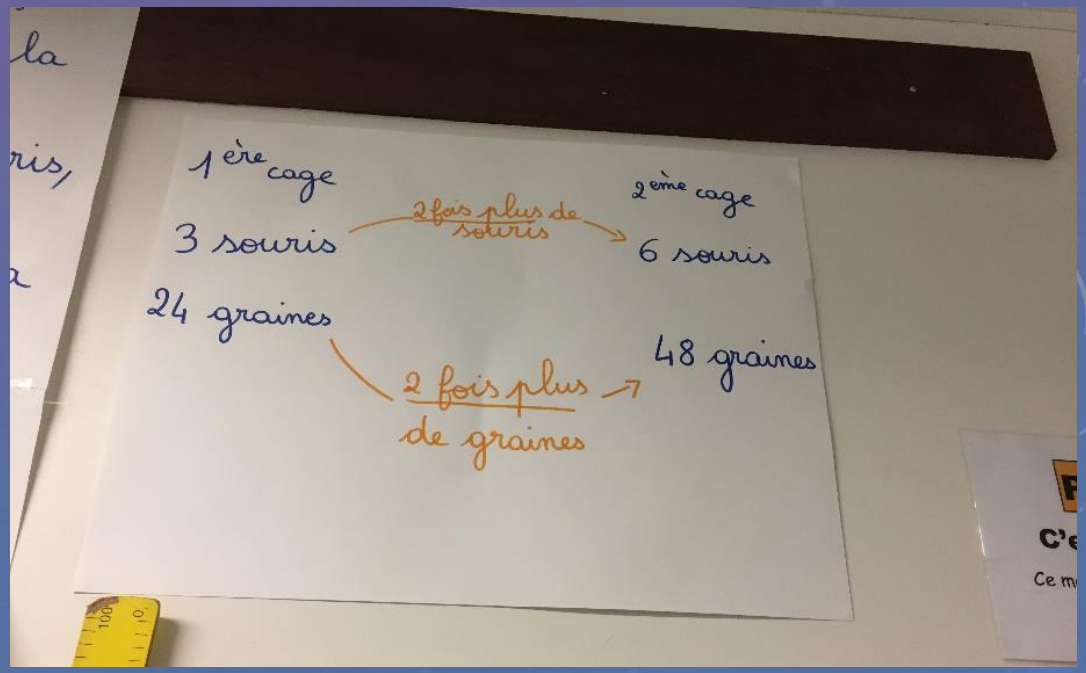






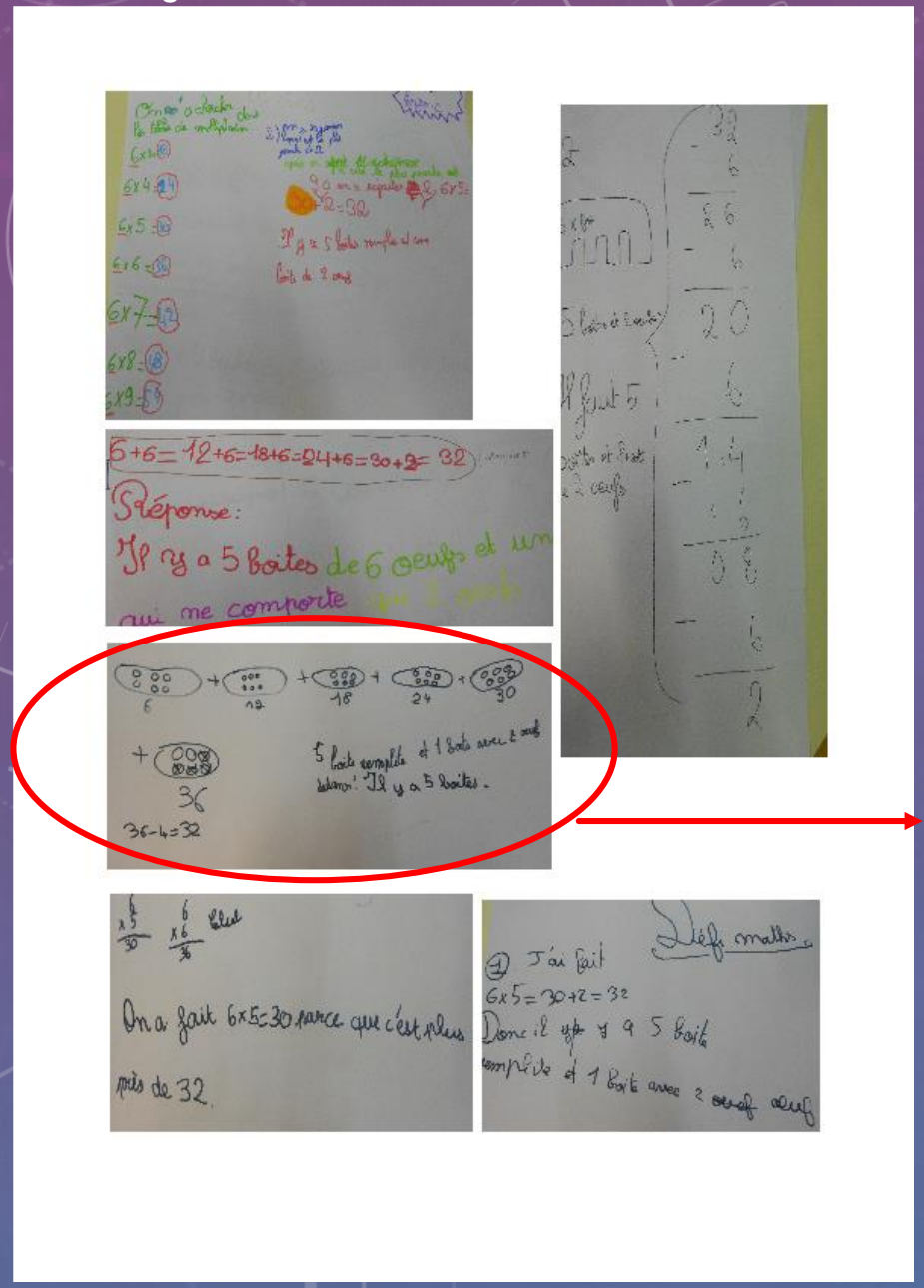


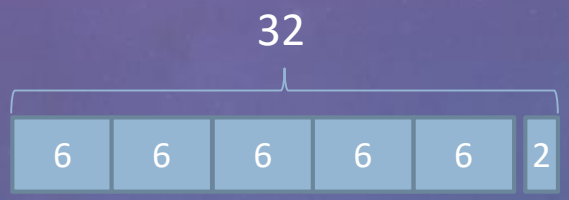
… vers des affiches « mémoires » présentant un schéma qui sera la référence pour cette catégorie de problèmes



“J'ai ramassé 32 oeufs et je dois les ranger dans mes boites de 6, combien

Faire évoluer les affichages des procédures personnelles en affichages référents.



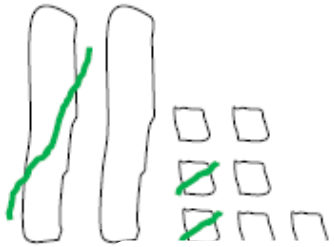


Recommandations ministérielles (BO du 26 avril 2018)

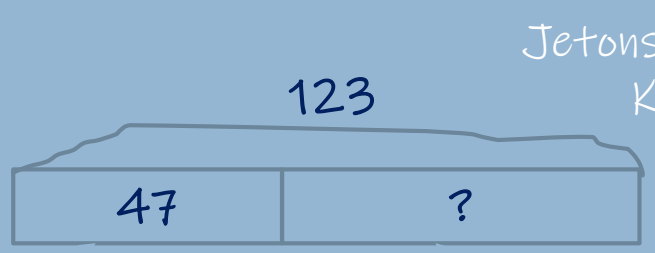
Un enseignement explicite de la résolution de problèmes doit s'appuyer sur des temps spécifiques qui structurent les savoirs et compétences travaillés : **des références construites avec les élèves et notées** dans les cahiers prévus à cet effet (cahiers de référence en mathématiques) permettent de garder traces de l'aboutissement du travail effectué. Ces références peuvent être des résolutions de problèmes types sur lesquelles les élèves pourront s'appuyer lors de séances ultérieures pour résoudre correctement d'autres problèmes proposés.

LA RÉSOLUTION DU PROBLÈME

Kevin avait 27 jetons ; il en a donné 12 à Agathe.
Combien de jetons a Kevin maintenant ?

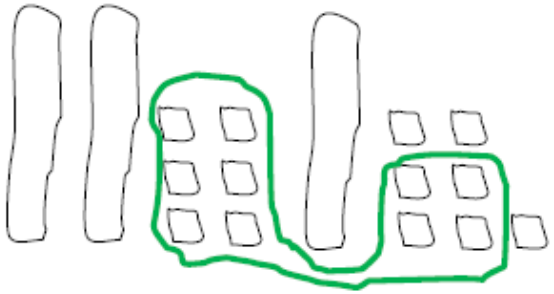


(27 ; 12) → (123 ; 47)

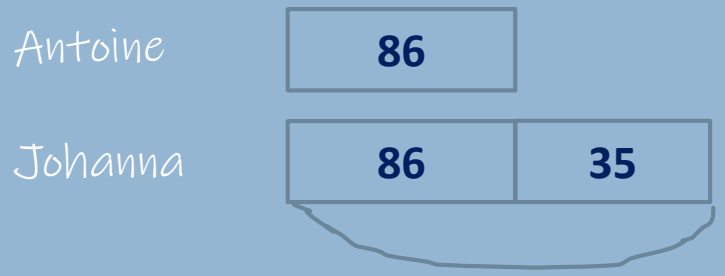


LA RÉSOLUTION DU PROBLÈME

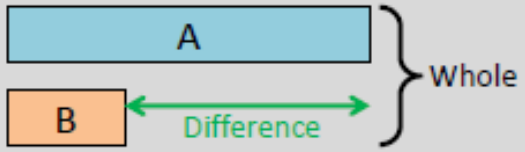
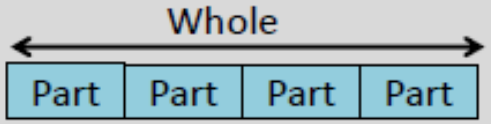
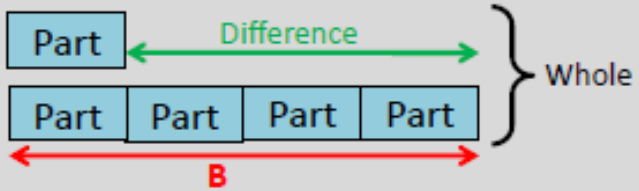
Antoine a 26 billes ; il en a 17 de moins que Johanna.
Combien Johanna a-t-elle de billes ?



(26 ; 17) → (86 ; 35)

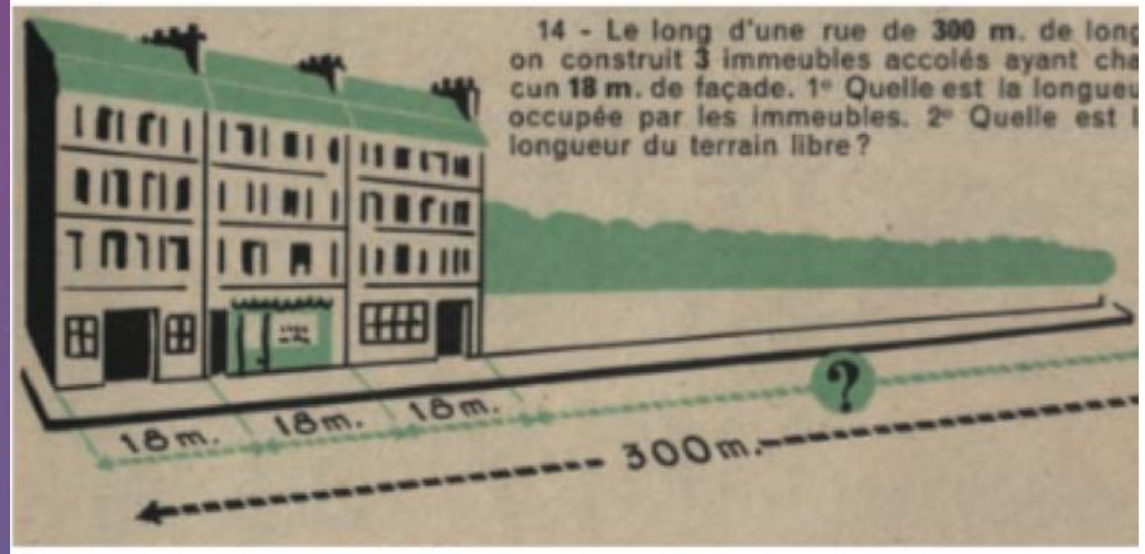


LA RÉSOLUTION DU PROBLÈME

Schéma…	… représentant le tout et les parties…	…de comparaison…
…pour l'addition et la soustraction	**Part-Part-Whole** Whole = Part + Part Part = Whole – Part	**Part-Part-Whole and Comparison**  Difference = A – B A = Difference + B Whole = A + B
…pour la multiplication et la division	**Equal parts of a whole**  Whole = Number of parts × Part Part = Whole ÷ Number of parts Number of parts = Whole ÷ Part	**Equal parts of a whole and comparison**  B = Number of parts in B × Part Difference = B – Part Whole = (1 + Number of Parts in B) × Part

LA RÉSOLUTION DU PROBLÈME

- La « méthode de Singapour »



LA RÉSOLUTION DU PROBLÈME

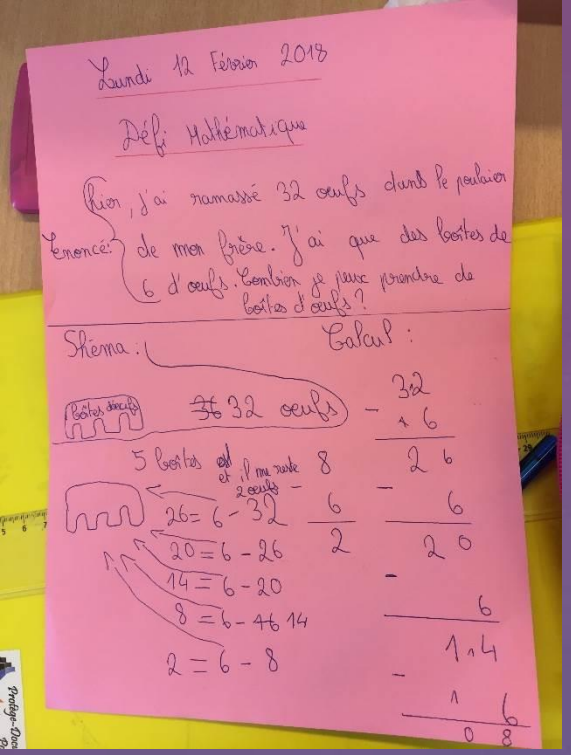
Dans un paquet de billes rouges, vertes ou bleues, il y a 162 billes.

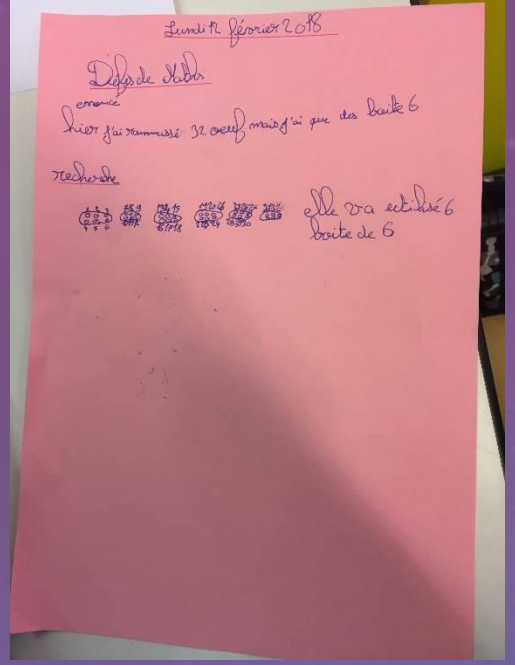
Il y a trois fois plus de billes rouges que de billes vertes et 7 billes vertes de moins que de billes bleues.

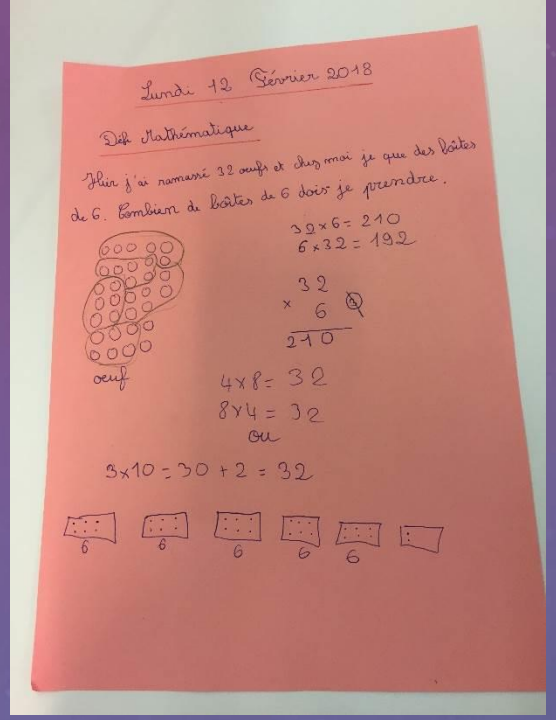
Combien y a-t-il de billes rouges ?

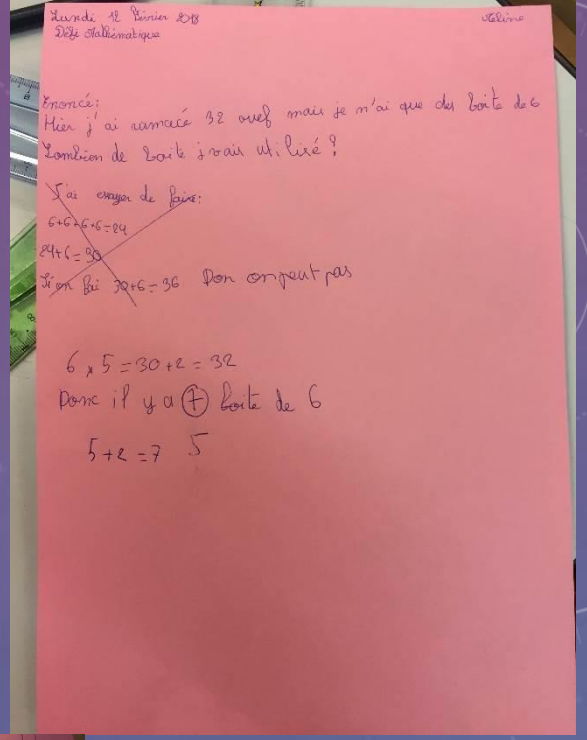
Billes vertes	?			
Billes rouges	?	?	?	
Billes bleues	?	7		

162

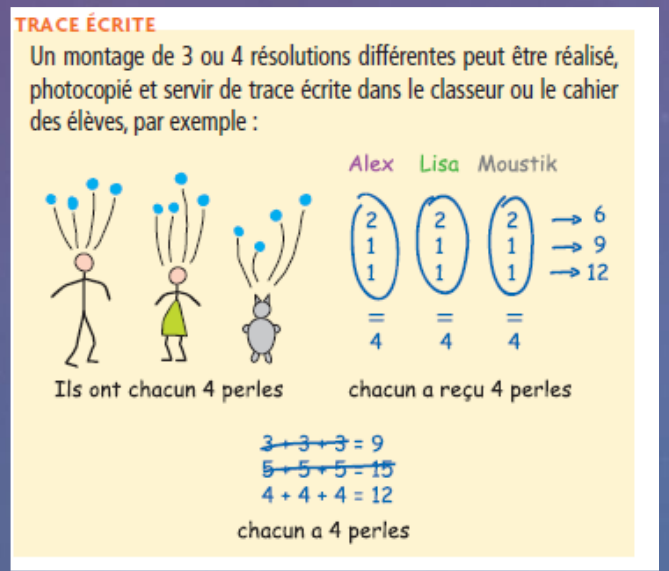


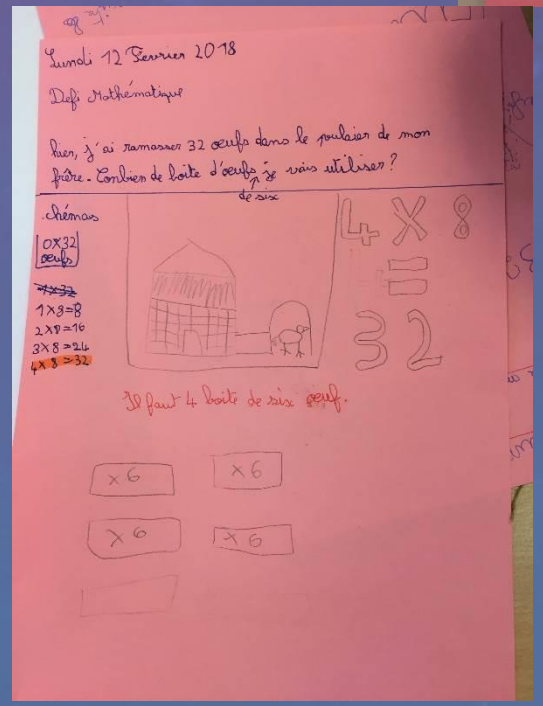




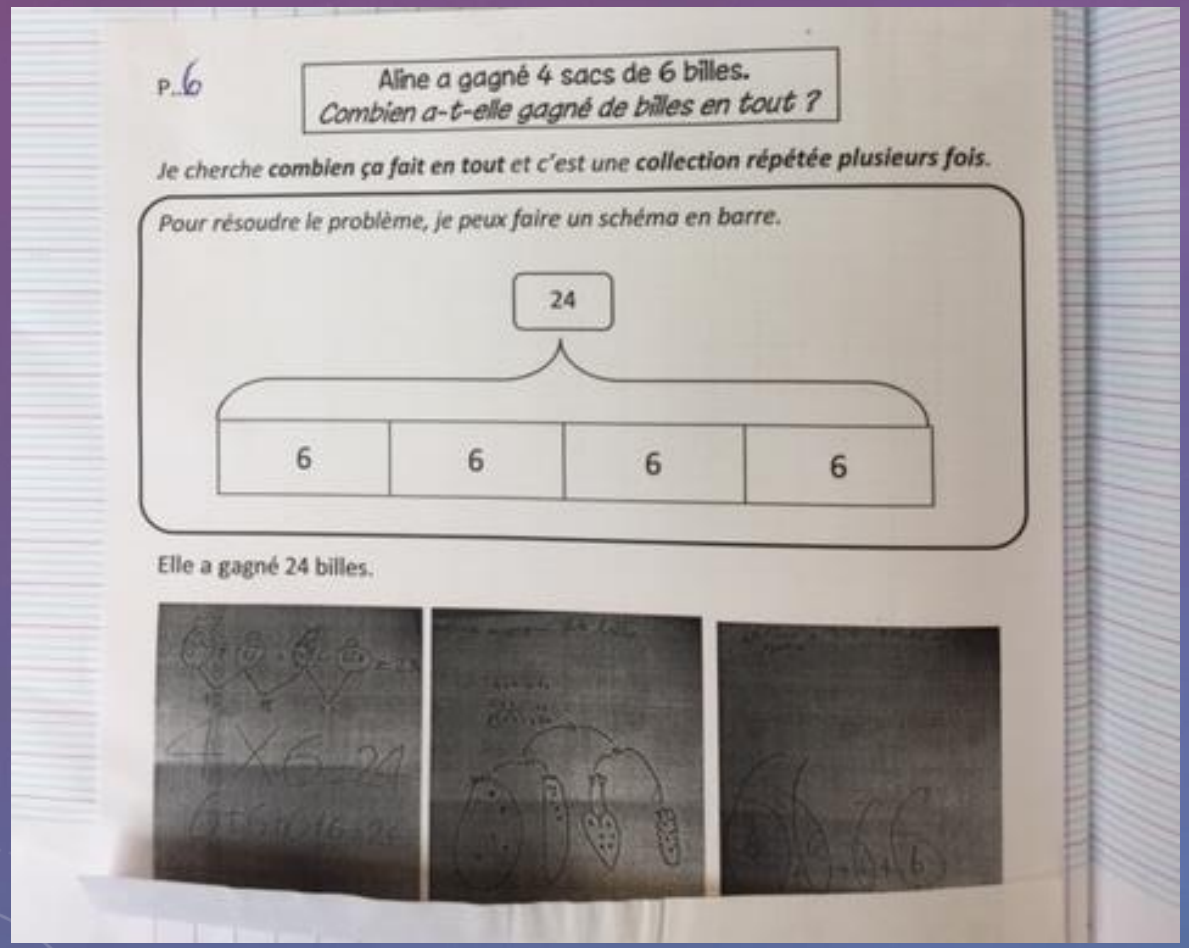


Que faire des productions individuelles?





Exemple de trace écrite dans le cahier de leçons – CE1



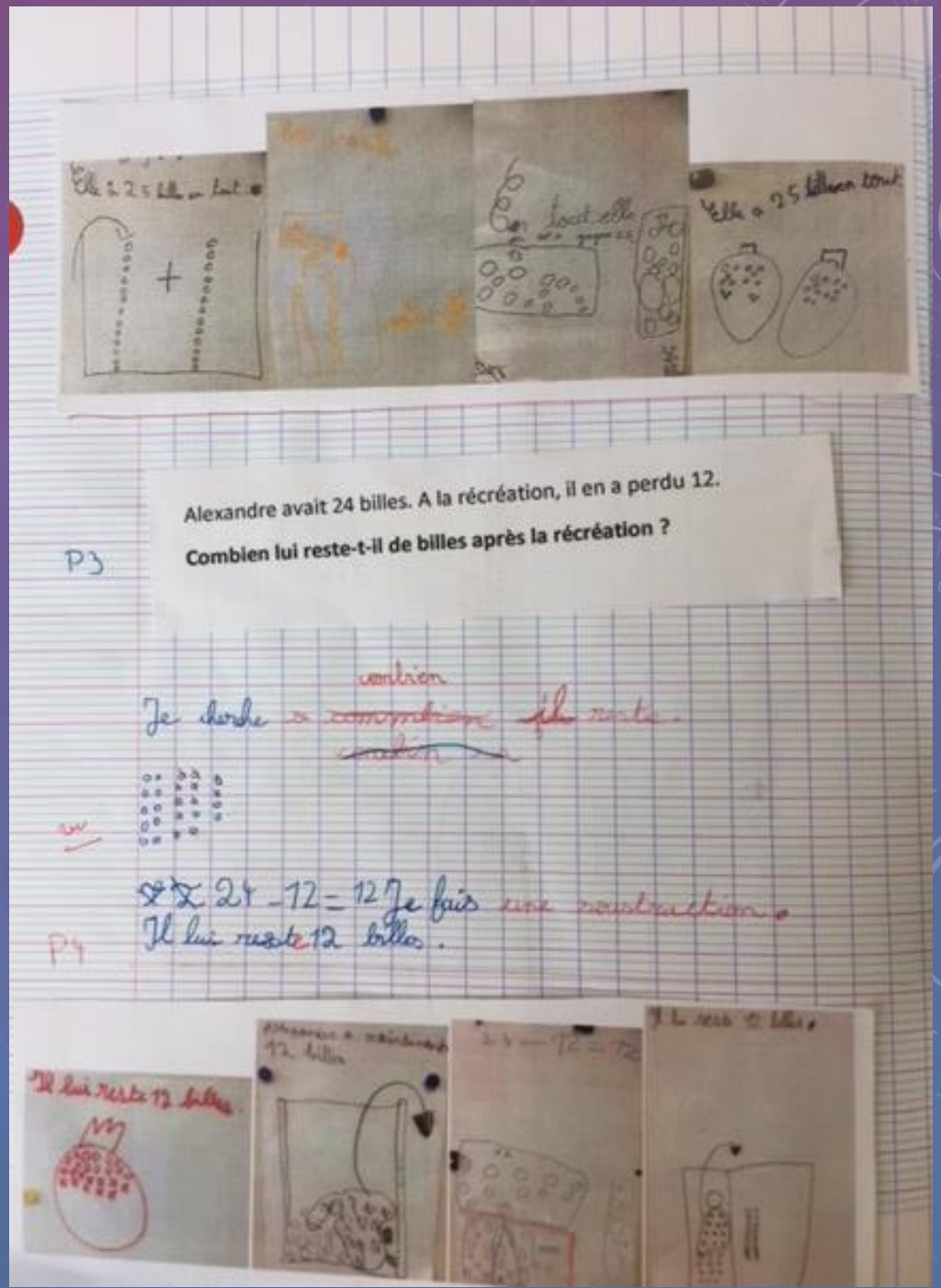
P. 6

Aline a gagné 4 sacs de 6 billes.
Combien a-t-elle gagné de billes en tout ?

*Je cherche **combien ça fait en tout** et c'est une **collection répétée plusieurs fois**.*

Pour résoudre le problème, je peux faire un schéma en barre.

Elle a gagné 24 billes.



Alexandre avait 24 billes. A la récréation, il en a perdu 12.

Combien lui reste-t-il de billes après la récréation ?

P3

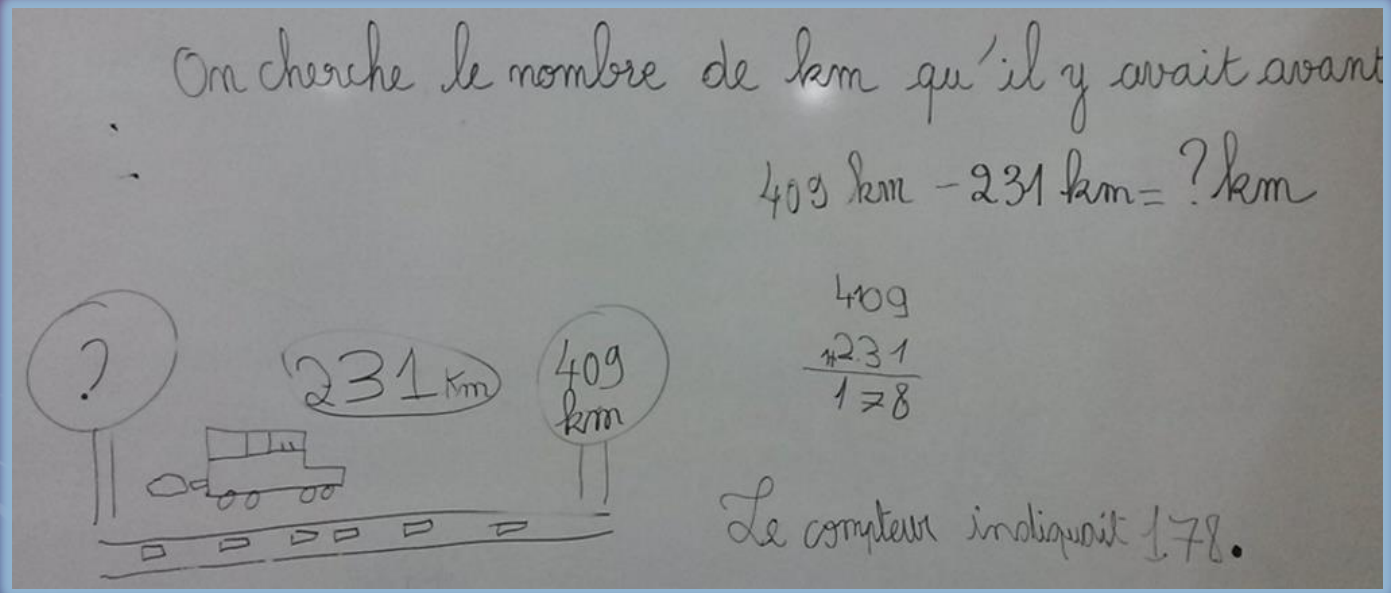
Je cherche combien il reste.

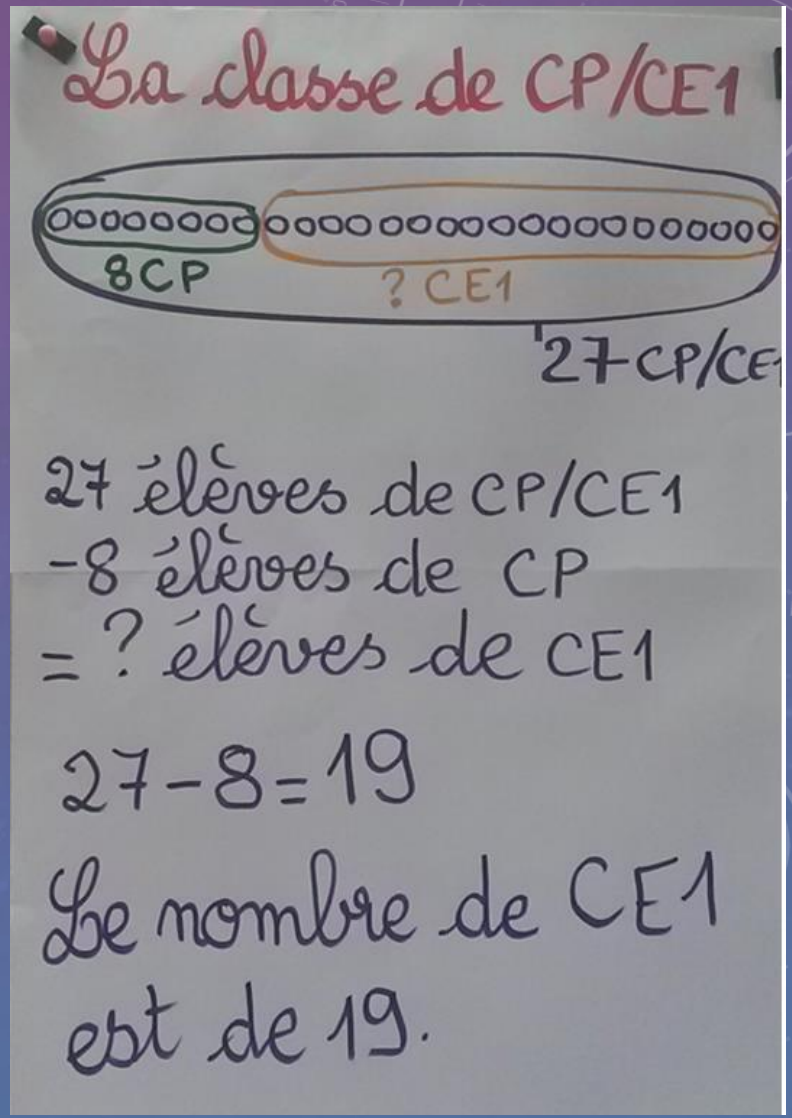
24 - 12 = 12 Je fais une soustraction.

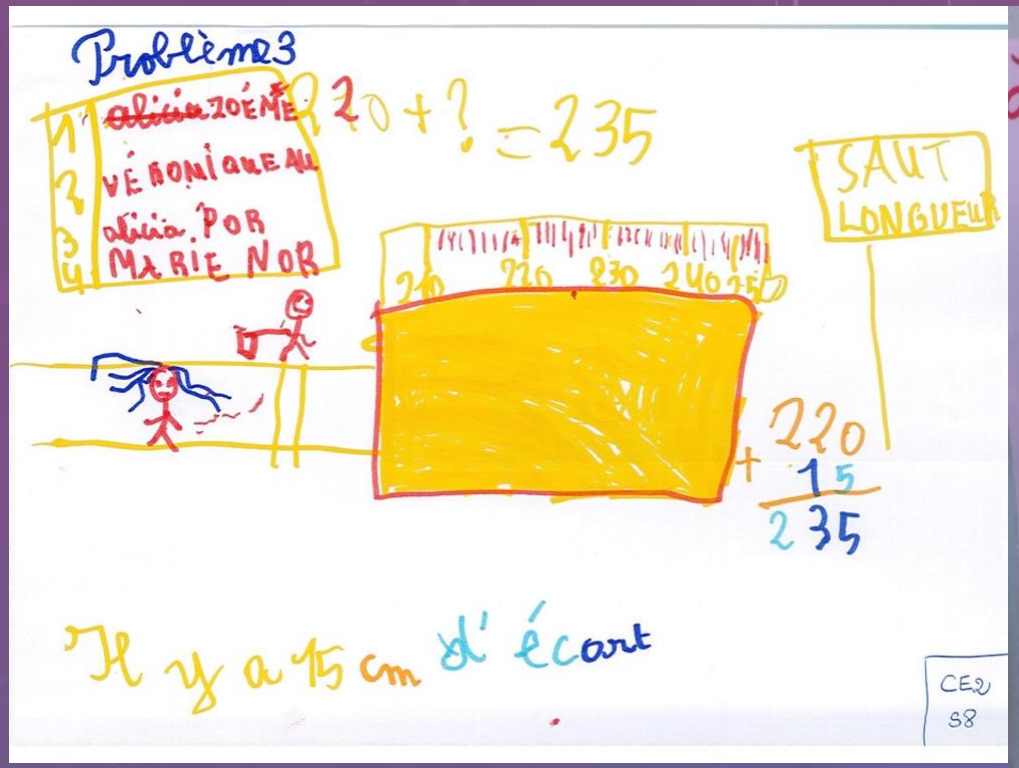
Il lui reste 12 billes.

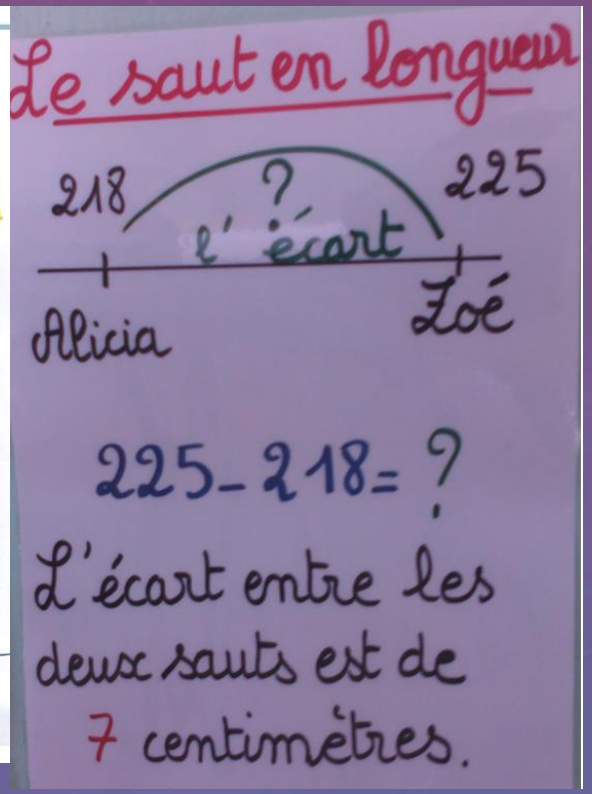
P4

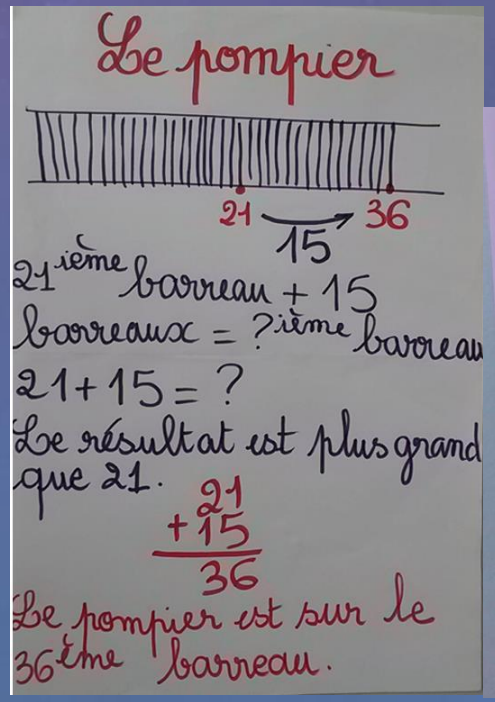
FICHE OUTIL DES PROBLEMES D'ACTION
Situation Initiale
Action Action
Situation Finale
Le compteur de la voiture
231 km
?
32 609 km
Le régime
?
437 kg
79 kg
Les pommes
43 l
38 l
?

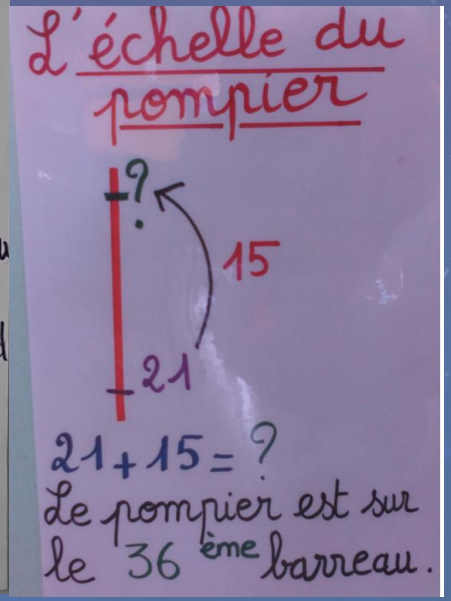

On cherche le nombre de km qu'il y avait avant
409 km - 231 km = ? km
409
231
178
?
231 km
409 km
Le compteur indiquait 178.


La classe de CP/CE1
8 CP
? CE1
27 CP/CE1
27 élèves de CP/CE1
-8 élèves de CP
= ? élèves de CE1
27-8=19
Le nombre de CE1 est de 19.


Problème3
1 ~~Alicia~~ ZOÉ
2 VÉRONIQUE
3 Alicia POR
4 MARIE NOR
220 + ? = 235
SAUT LONGUEUR
220 230 240
220
+ 15
235
Il y a 15 cm d'écart
CE2
S8

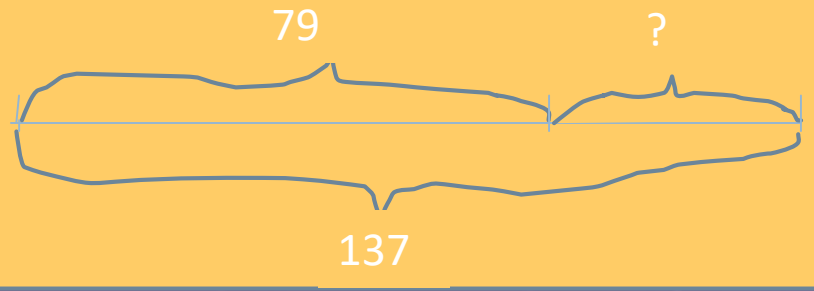

Le saut en longueur
218
?
225
l'écart
Alicia
Zoé
225 - 218 = ?
L'écart entre les deux sauts est de 7 centimètres.

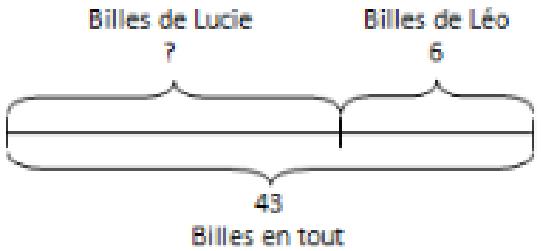

Le pompier
21
36
15
21ième barreau + 15 barreaux = ?ième barreau
21 + 15 = ?
Le résultat est plus grand que 21.
21
+15
36
Le pompier est sur le 36ème barreau.


L'échelle du pompier
?
15
21
21 + 15 = ?
Le pompier est sur le 36ème barreau.

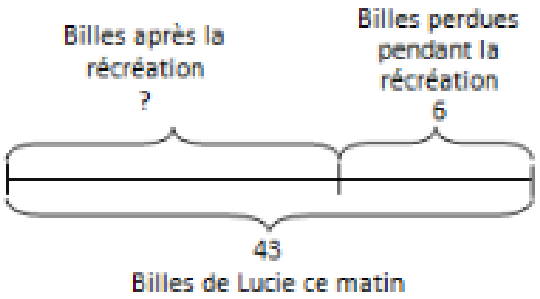
218	?

225

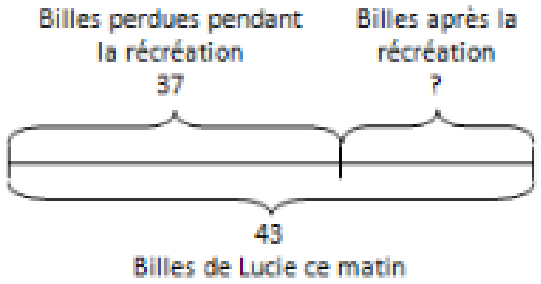




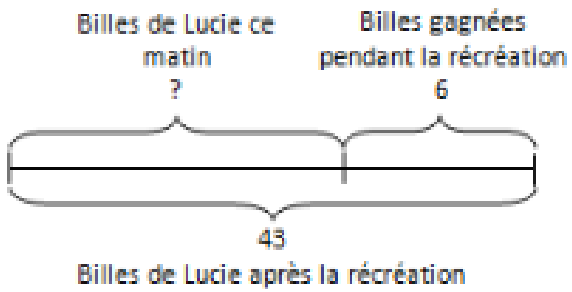
Problème de composition avec recherche d'une partie



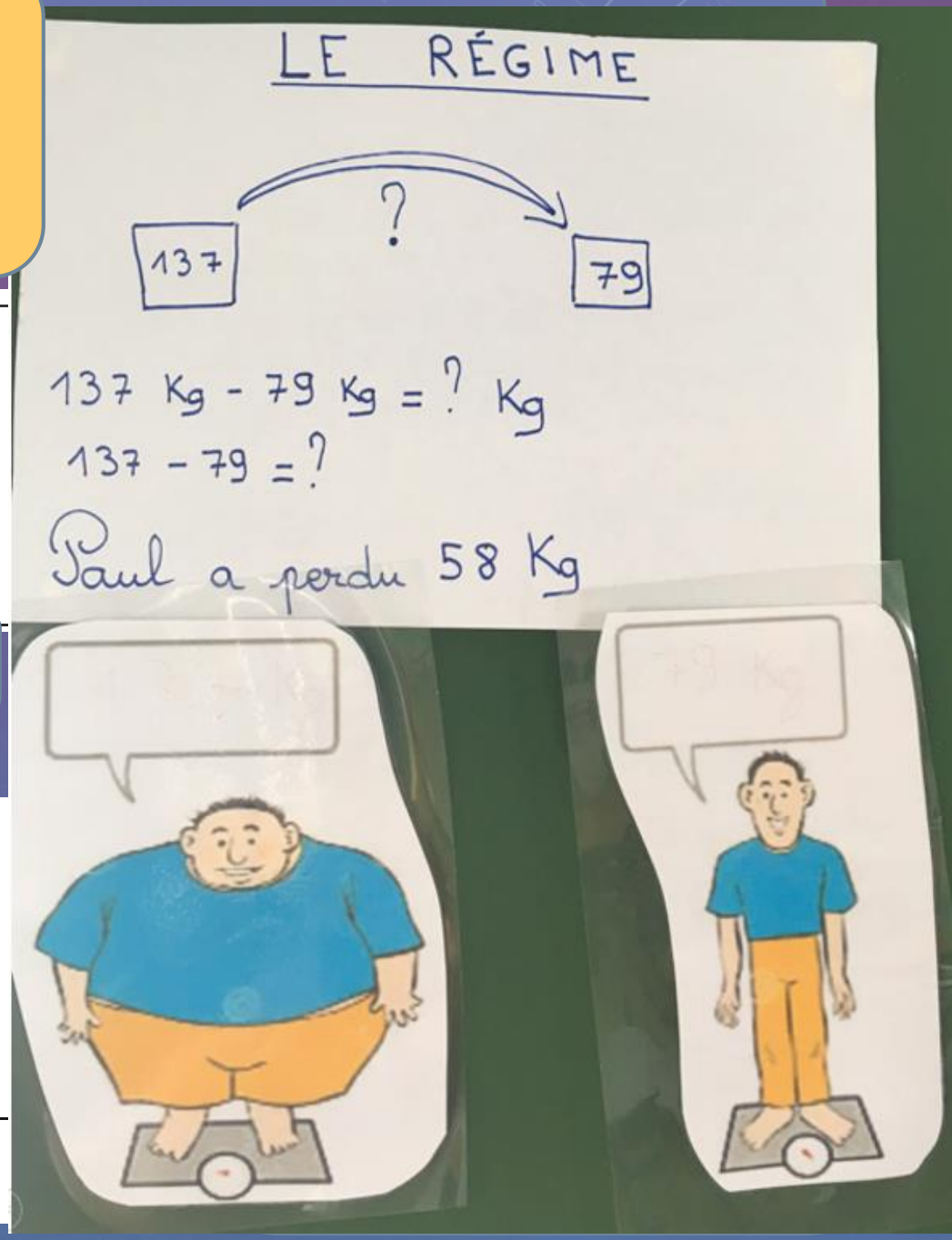
Problème de transformation négative avec recherche de l'état final



Problème de transformation négative avec recherche de l'état final



Problème de transformation positive avec recherche de l'état initial



Ce qu'il faut éviter…

Atelier de résolution de problèmes

Comment présenter un problème ?

Antoine achète une console vidéo à 99 €, une manette sans fil à 49 € et un jeu à 59 €.
Combien va-t-il payer ?
Il a trois billets de 100 €.
Combien lui restera-t-il après son paiement?

Pour présenter la solution d'un problème, on doit écrire les calculs et rédiger des phrases réponses.
Pour faire les phrases réponses, on se sert des questions.

Il ne faut pas oublier d'indiquer les unités (€, kg, m…)

Solution	Calculs
Je cherche combien Antoine va payer.	
99 + 49 + 59 = 207	2 9 9 + 4 9 + 5 9 2 0 7
Antoine va payer 207€.	
Je cherche combien il lui restera.	
300 - 207 = 93	3 1 0 1 0 - 1 2 1 0 7 0 9 3
Il lui restera 93 €.	

http://laclassedestef.eklablog.com/

Présentation des problèmes mathématiques

Prénom
Date

7 carreaux — Résolution de problèmes

7 carreaux — Centre aérée - Série 1

Problème n°1 ← J'indique le numéro du problème.

13 carreaux — Solution

Je cherche le poids d'un lidon.

475 : 5 = 95

Un lidon pèse 95 kilogrammes.

2 c. — Calculs

4 7 5	5
- 4 5	9 5
2 5	
- 2 5	
0	

Pour résoudre un problème, je respecte toujours 3 étapes :
- ce que je cherche,
- l'opération en ligne (ou le schéma),
- la phrase-réponse en reprenant les mots de la question.

Je pose l'opération en mettant 1 chiffre par colonne.

Je n'oublie pas les unités.

J'écris toujours une ligne sur deux comme dans le cahier du jour.

Présenter une résolution de problème

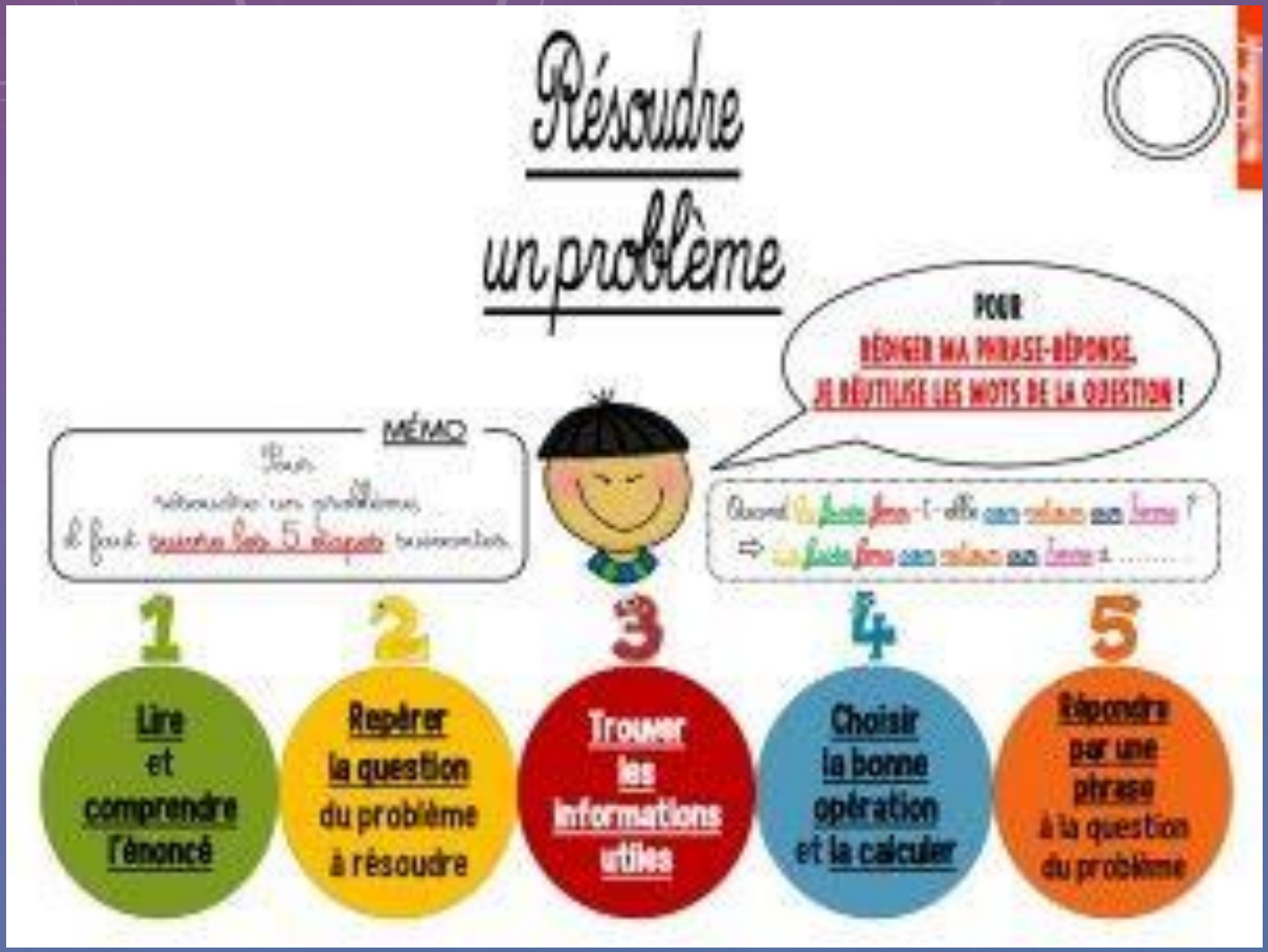
1) On copie l'énoncé du problème si c'est demandé.
2) On coupe la page en deux colonnes, une partie solution, une partie opération.
3) On écrit la phrase « je cherche… », l'opération en ligne et la phrase réponse dans SOLUTION
4) On pose les opérations en colonne dans OPERATION

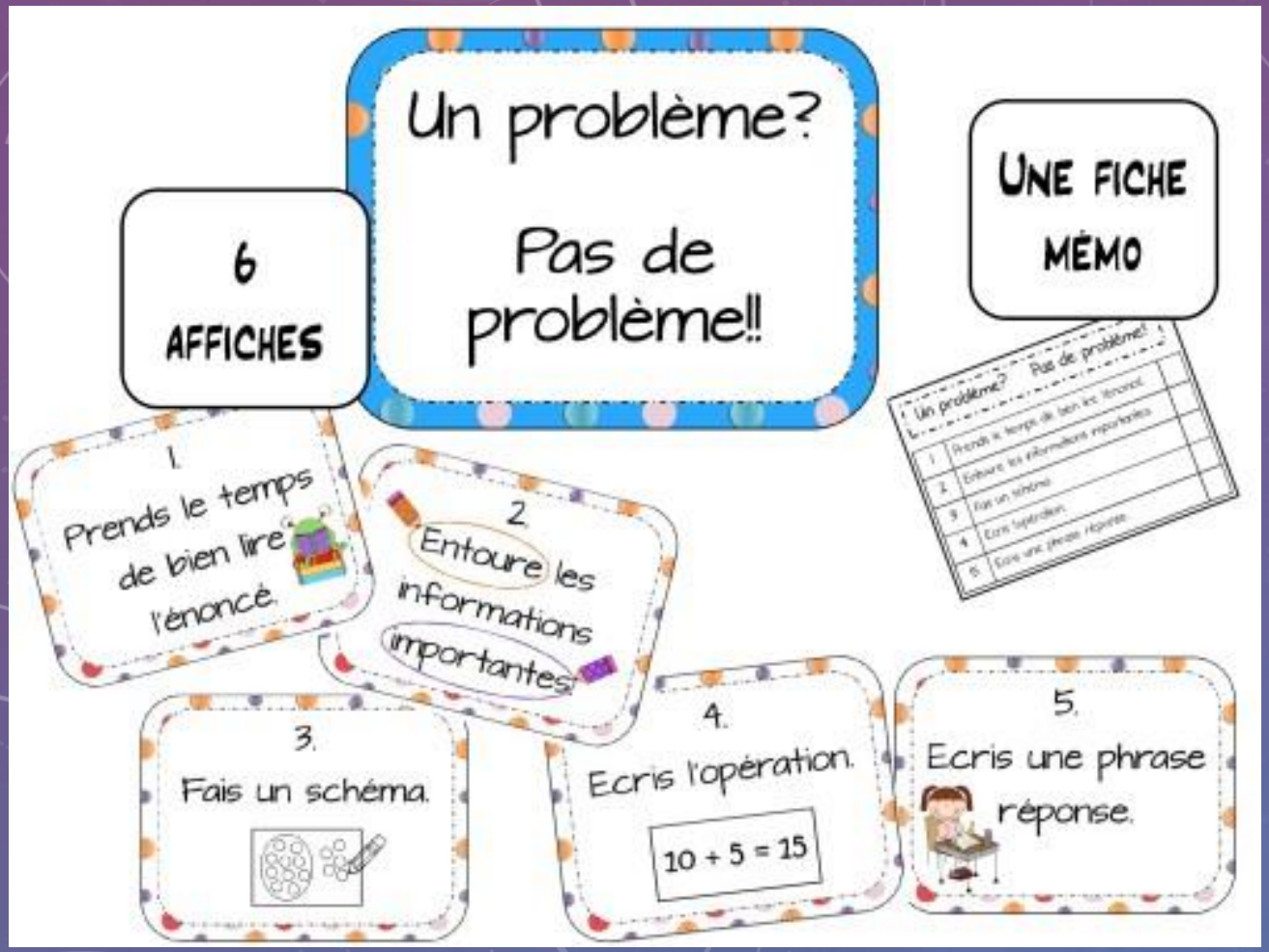
Exemple

N°__ p__ *Alex et Mathieu achètent une télévision et un lecteur DVD dans un magasin. La télévision coûte 356 euros et le lecteur 289 euros. Le vendeur décide de leur faire une réduction de 89 euros. Combien vont-ils payer leurs achats?*

Solution	Opérations	
Je cherche le montant de leurs achats	356	645
356 + 289 = 645	+ 289	- 89
645 – 89 = 556	645	556
Ils ont payé 556 euros		

On tire un trait entre chaque problème.





J'ai un problème.. Que faire?

1	**Je lis** le problème.
2	**J'essaye de comprendre** ce qui m'est demandé (schéma, dessin pour m'aider)
3	**Je trie les nombres utiles** et ceux inutiles (s'il y en a)
4	**Je choisis la bonne opération** à effectuer.
5	**Je fais l'opération** (je la pose correctement en alignant les centaines, les dizaines et les unités par colonne, je la vérifie, je la réécris en ligne)
6	**J'écris une phrase réponse** à la question posée (Majuscule +point, nombres écrits en lettres/ et je réutilise les mots de la question)
7	**Je relis ma phrase réponse** (en vérifiant que je n'ai pas oublié de mots)

- Une fois la (ou les) question(s) repérée(s), il convient de repérer les mots-clés, les mots repères qui vont nous fournir des indices . On se demande : Que faut-il chercher ? Comment peut-on le savoir ? Quels mots le disent ?

- Pour trouver la bonne opération dans un problème, on peut chercher des indices :

+ - Pour une addition, on trouvera des mots tels que : total, somme, ajouter, augmenter, donner, additionner, trouver, rassembler, gagner, recevoir, monter, avancer, en tout, en plus, de plus, ensemble ...

− - Pour une soustraction, on trouvera des mots tels que : enlever, retirer, diminuer, retrancher, perdre, donner, soustraire, descendre, baisse, différence, en moins, de moins, reste, écart...

× - Pour une multiplication, on trouvera des mots tels que : produits, paquets, rangées, chaque, chacun, fois, fois plus, multiple, double, triple...

÷ - Pour une division, on trouvera des mots tels que : répartir, partager, distribuer, diviser, fois moins, par personne, équitablement, moitié, fraction, part...

= - Pour une comparaison, on trouvera des mots tels que : ordonner, ranger, plus que, moins que, autant que, classer, maximum, minimum...

- Une fois la (ou les) question(s) repérée(s), il convi
repérer les mots-clés, les mots repères qui vo
fournir des indices . On se demande : Que
chercher ? Comment peut-on le savoir ? Quels
disent ?

- Pour trouver la bonne opération dans un problè
peut chercher des indices :

+ - Pour une addition, on trouvera des mots te
total, somme, ajouter, augmenter,
additionner, trouver, rassembler, gagner, r
monter, avancer, en tout, en plus, de plus, ensemble

− - Pour une soustraction, on trouvera des mo
que : enlever, retirer, diminuer, retrancher,
donner, soustraire, descendre, baisse, différence, e
de moins, reste, écart...

× - Pour une multiplication, on trouvera des mo
que : produits, paquets, rangées, chaque, chac
fois plus, multiple, double, triple...

÷ - Pour une division, on trouvera des mots te
répartir, partager, distribuer, diviser, fois mo
personne, équitablement, moitié, fraction, part

= - Pour une comparaison, on trouv
mots tels que : ordonner, ranger, p
moins que, autant que, classer, m
minimum...

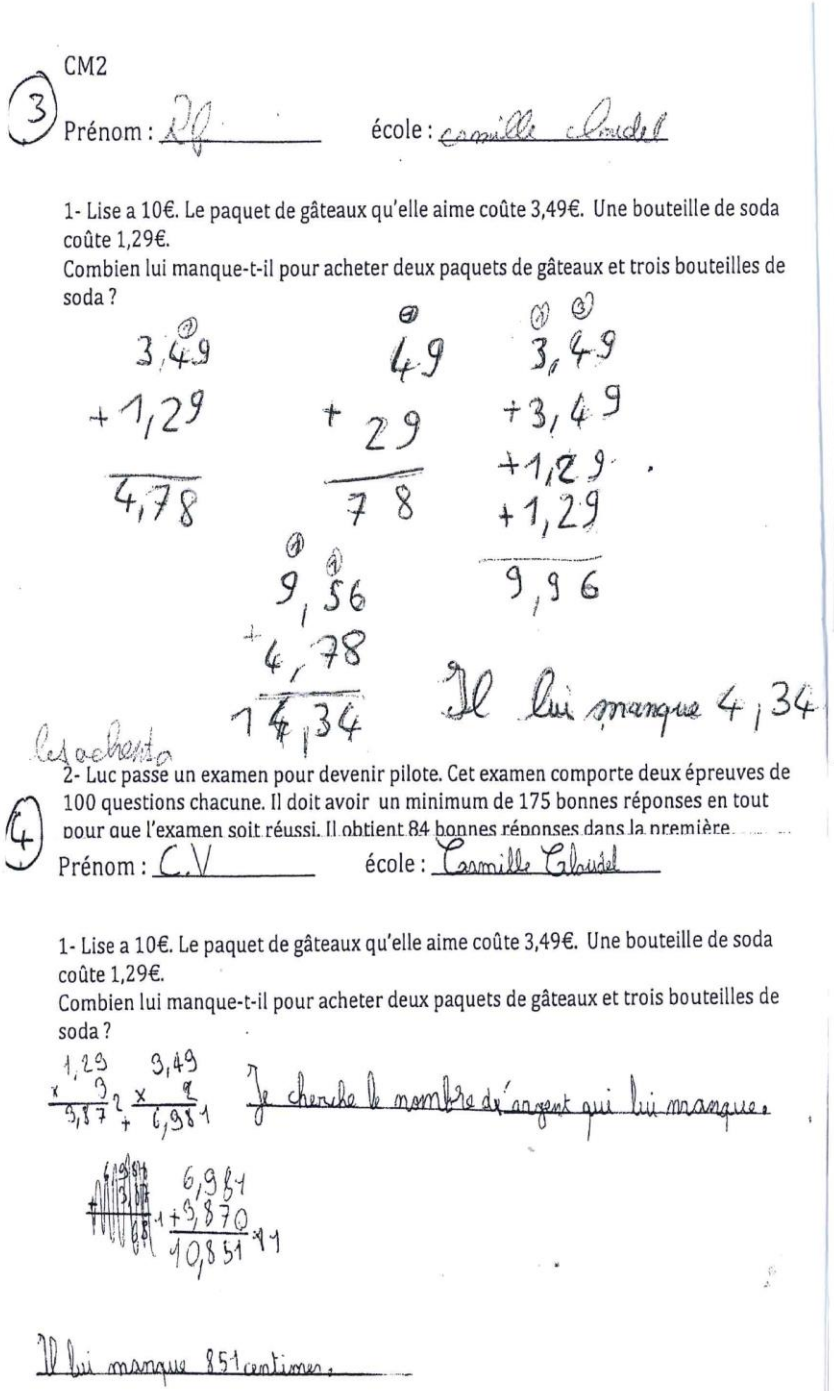
Les difficultés en résolution de problème proviennent de:

1	Difficultés en lecture
2	Manque de vocabulaire
3	Manque de méthodologie
4	Difficultés en calcul
5	Des habitudes des élèves: ils n’ont pas l’habitude de chercher
6	Du contexte évoqué dans le problème qui ne fait pas écho aux connaissances de l’élève
7	Ne se représentent pas la situation
8	Manque de motivation
9	Ne donnent pas de sens aux calculs
10	Autre

L'analyse des

Ici l'élève a finalement ajouté 3 paquets de gâteaux et 3 sodas mais en deux temps. Il a bien compris la question puisqu'il indique pour réponse ce qui excède les 10€ que possède Lisa. Il n'a pas exercé de contrôle sur les éléments calculés.

CV a identifié un problème complexe. Il met en œuvre une procédure experte en recourant à la multiplication. Il fait une erreur de calcul mais le raisonnement est juste. Par ailleurs il mobilise ses connaissances sur la monnaie puisqu'il perçoit la somme manquante et l'exprime en centimes



CM2

3

Prénom : Zf école : camille claudel

1- Lise a 10€. Le paquet de gâteaux qu'elle aime coûte 3,49€. Une bouteille de soda coûte 1,29€.
Combien lui manque-t-il pour acheter deux paquets de gâteaux et trois bouteilles de soda ?

3,49 + 1,29 = 4,78

49 + 29 = 78

3,49 + 3,49 + 1,29 + 1,29 = 9,96

9,56 + 4,78 = 14,34

Il lui manque 4,34

les achats

2- Luc passe un examen pour devenir pilote. Cet examen comporte deux épreuves de 100 questions chacune. Il doit avoir un minimum de 175 bonnes réponses en tout pour que l'examen soit réussi. Il obtient 84 bonnes réponses dans la première

4

Prénom : C.V école : Camille Claudel

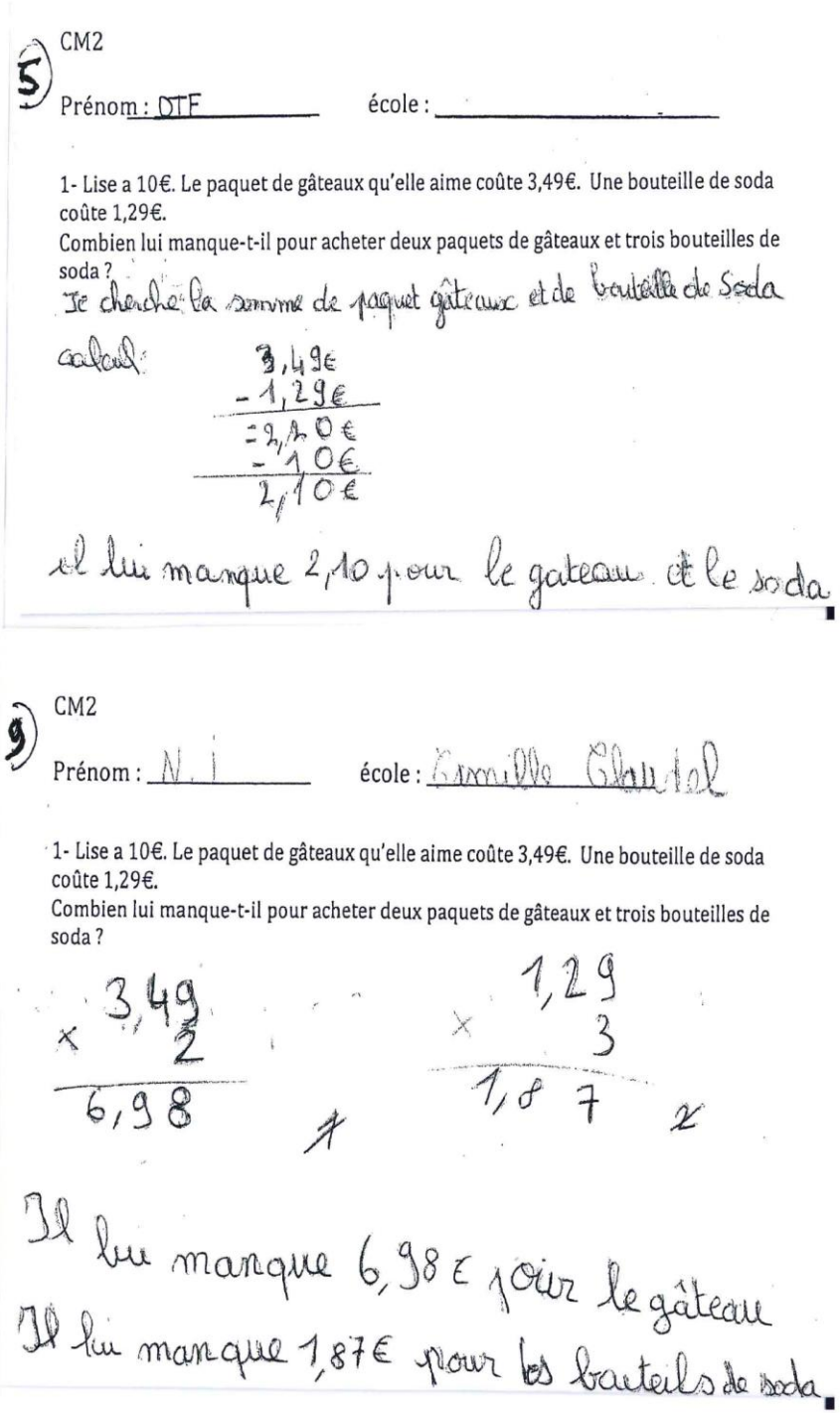
1- Lise a 10€. Le paquet de gâteaux qu'elle aime coûte 3,49€. Une bouteille de soda coûte 1,29€.
Combien lui manque-t-il pour acheter deux paquets de gâteaux et trois bouteilles de soda ?

1,29 × 3 = 3,87 ; 3,49 × 2 = 6,98

Je cherche le nombre d'argent qui lui manque.

6,98 + 3,87 = 10,85

Il lui manque 85 centimes.



CM2

5

Prénom : DTF école :

1- Lise a 10€. Le paquet de gâteaux qu'elle aime coûte 3,49€. Une bouteille de soda coûte 1,29€.
Combien lui manque-t-il pour acheter deux paquets de gâteaux et trois bouteilles de soda ?

Je cherche la somme de paquet gâteaux et de bouteille de Soda

calcul :

3,49€ − 1,29€ = 2,20€

2,20€ − 10€ = 2,10€

il lui manque 2,10 pour le gateau et le soda

CM2

9

Prénom : N. I école : Camille Claudel

1- Lise a 10€. Le paquet de gâteaux qu'elle aime coûte 3,49€. Une bouteille de soda coûte 1,29€.
Combien lui manque-t-il pour acheter deux paquets de gâteaux et trois bouteilles de soda ?

3,49 × 2 = 6,98

1,29 × 3 = 1,87

Il lui manque 6,98 € pour le gâteau

Il lui manque 1,87€ pour les bouteils de soda

DTF ne donne visiblement pas de sens à ce qu'il fait: d'une part il indique faire une somme et réalise une soustraction (présence du mot inducteur?) . Il finit par ôter 10 (les 10 € de Lisa?) mais le fait dans la partie centimes. Sa procédure est ce que l'on voit souvent dans les copies des élèves qui ne donnent pas de sens au problème: il combine les données de l'énoncé au hasard.

NI identifie un problème complexe et le traite par la procédure experte en calculant d'une part le coût de 2 paquets de gâteaux et d'autre part le coût de 3 sodas.
La réponse est erronée car il interprète mal la question: il répond en fait à la question: combien coûtent les gâteaux?
=> Pb de compréhension littérale et pas manque de maîtrise mathématique

Astrid a 764 euros sur son compte en banque. Elle va dans un magasin d'informatique où elle achète une imprimante à 217 euros et trois cartouches d'encre coûtant chacune 59 euros.

Combien d'argent a-t-elle sur son compte après ses achats ?

Élève A

$$\begin{array}{r} {\scriptstyle 1} \\ 217 \\ +\ 59 \\ \hline 276 \end{array} \qquad \begin{array}{r} {\scriptstyle 1\,1} \\ 276 \\ +\ 276 \\ +\ 276 \\ \hline 728 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 764 \\ -\ 728 \\ \hline 044 \end{array}$$

Il reste 44 euros

Élève B

$$\begin{array}{r} {\scriptstyle 2} \\ 59 \\ +\ 59 \\ +\ 59 \\ \hline 177 \end{array} \qquad \begin{array}{r} {\scriptstyle 1} \\ 177 \\ +\ 217 \\ \hline 394 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 764 \\ -\ 394 \\ \hline 430 \end{array}$$

Il lui reste 430 euros

$$\begin{array}{r} {\scriptstyle 1} \\ 217 \\ +\ 59 \\ \hline 276 \end{array} \qquad \begin{array}{r} {\scriptstyle 1\,1} \\ 276 \\ +\ 59 \\ \hline 335 \end{array} \qquad \begin{array}{r} {\scriptstyle 1\,1} \\ 335 \\ +\ 59 \\ \hline 394 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} {\scriptstyle 6} \\ \cancel{7}{\scriptstyle 1}64 \\ -\ 394 \\ \hline 370 \end{array}$$

Elle a 370 € sur son compte

Élève E

Élève D

$$\begin{array}{r} {\scriptstyle 1\,2} \\ 764 \\ +\ 217 \\ +\ 59 \\ \hline 1040 \end{array}$$

La réponse est 1040 euros

« Modéliser » et « calculer » sont deux compétences fondamentales pour la résolution de problèmes à l'école élémentaire qui doivent guider l'action de l'enseignant pour aider les élèves à surmonter leurs difficultés. En effet, lors de la résolution de problèmes, les principales difficultés rencontrées peuvent relever de :

- difficultés à « modéliser » : l'élève n'arrive pas à faire le lien entre le problème posé et le modèle mathématique dont il relève, il ne comprend pas le sens de l'énoncé ou il ne propose pas de solution ou encore la solution proposée ne s'appuie pas sur les opérations attendues ;

- difficultés à « calculer » : les calculs effectués, mentalement ou en les posant, sont erronés, la ou les erreurs pouvant être dues à une méconnaissance de faits numériques ou à une maîtrise imparfaite des algorithmes de calcul utilisés.

On retrouve ces deux cas dans les exemples ci-dessous :

Interroger les pratiques d'évaluation en résolution de problèmes.

Difficultés à « modéliser »	Difficultés à « calculer »
Lise a 10 €. Le magazine qu'elle aime coûte 3,49 €. Un stylo coûte 1,29 €. Combien lui manque-t-il pour acheter deux magazines et trois stylos ? Il lui manque 10,47 € 3,49 × 3 = 10,47	Lise a 10 €. Le magazine qu'elle aime coûte 3,49 €. Un stylo coûte 1,29 €. Combien lui manque-t-il pour acheter deux magazines et trois stylos ? 1,29 × 3 = 3,87 ; 3,49 × 2 = 6,98 ; Je cherche le combien d'argent qui lui manque. 6,98 + 3,87 = 10,85 11 Il lui manque 15 euros.

Proposition de grille d'évaluation formative fonctionnelle pour la résolution de problèmes

	Résout le problème			Ne résout pas le problème				
Noter le pb sur cette grille pour mémoire ainsi que le type de pb dt il s'agit.	**Procédure experte**	**Tâtonnement avec calculs**	**Tâtonnement avec schéma**	**Aucune réponse**	**Dessin**	**Schéma incorrect**	**Calcul inapproprié avec combinaison des nbs de l'énoncé**	**Raisonnement incompréhensible**
Camelia	x							
Safya			x					
Robin					x			
Ines				x				
Hugo						x		
Aurore	x							
Yanis	x							
Luca		x						
Lorris					x			
Victor				x				
Alice			x					
Noa				x				
Fanny							x	
Camille							x	
	Réinvestissement nombres plus importants ou transfert (nouveau contexte)	Réinvestissement ⇨ Voir si la procédure experte présentée en situation de référence est réinvestie	Faire convertir le schéma en calcul	Favoriser la manipulation, le schéma	Apprendre à schématiser	Apprendre à schématiser fidèlement l'énoncé	Schéma/ Manipulation Les problèmes ouverts sans données numériques peuvent permettre de casser des représentations de l'élève	Schéma/ Manipulation L'analyse doit être poursuivie par un entretien avec l'élève pour comprendre son raisonnement

La lecture de l'énoncé	
Obstacles	Aides
=> L'élève doit se représenter la situation	**Aider l'élève à se représenter le contexte:** - Choisir des énoncés en rapport avec la vie de la classe et la vie quotidienne - Proposer des énoncés à l'oral - Raconter l'énoncé avec ses propres mots - Se faire le film du problème (**sans données numériques**) - Mimer l'énoncé - Utiliser du matériel pour illustrer la situation - S'appuyer sur l'illustration - Proposer des énoncés de problèmes qui respectent l'ordre chronologique de la situation
=> L'élève doit se représenter la tâche	Aider l'élève à se représenter ce qu'on cherche - Faire reformuler la question - Manipuler - Aider à schématiser - Questionner l'élève pour qu'il se réfère à un modèle déjà connu

Résolution de problèmes et organisation de gestion de données

Les mots repères : questions et calculs

PRO9

- Une fois la (ou les) question(s) repérée(s), il convient de repérer les mots-clés, les mots repères qui vont nous fournir des indices . On se demande : Que faut-il chercher ? Comment peut-on le savoir ? Quels mots le disent ?

- Pour trouver la bonne opération dans un problème, on peut chercher des indices :

  - Pour une **addition**, on trouvera des mots tels que : total, somme, ajouter, augmenter, donner, additionner, trouver, rassembler, gagner, recevoir, monter, avancer, en tout, en plus, de plus, ensemble ...

  - Pour une **soustraction**, on trouvera des mots tels que : enlever, retirer, diminuer, retrancher, perdre, donner, soustraire, descendre, baisse, différence, en moins, de moins, reste, écart...

  - Pour une **multiplication**, on trouvera des mots tels que : produits, paquets, rangées, chaque, chacun, fois, fois plus, multiple, double, triple...

  - Pour une **division**, on trouvera des mots tels que : répartir, partager, distribuer, diviser, fois moins, par personne, équitablement, moitié, fraction, part...

  - Pour une **comparaison**, on trouvera des mots tels que : ordonner, ranger, plus que, moins que, autant que, classer, maximum, minimum...

A. Deux classes A et B. Dans la classe A il y a 19 élèves, ce qui fait 7 élèves de moins que dans la classe B. Combien d'élèves dans la classe B ?

B. Aujourd'hui Marie a 20 marrons. Elle a 12 marrons de plus qu'hier. Combien en avait elle hier?

Résolution de problèmes et organisation de gestion de données

Les mots repères : questions et calculs

PRO9

- Une fois la (ou les) question(s) repérée(s), il convient de repérer les mots-clés, les mots repères qui vont nous fournir des indices . On se demande : Que faut-il chercher ? Comment peut-on le savoir ? Quels mots le disent ?

- Pour trouver la bonne opération dans un problème, on peut chercher des indices :

  - Pour une **addition**, on trouvera des mots tels que : total, somme, ajouter, augmenter, donner, additionner, trouver, rassembler, gagner, recevoir, monter, avancer, en tout, en plus, de plus, ensemble ...

  - Pour une **soustraction**, on trouvera des mots tels que : enlever, retirer, diminuer, retrancher, perdre, donner, soustraire, descendre, baisse, différence, en moins, de moins, reste, écart...

  - Pour une **multiplication**, on trouvera des mots tels que : produits, paquets, rangées, chaque, chacun, fois, fois plus, multiple, double, triple...

  - Pour une **division**, on trouvera des mots tels que : répartir, partager, distribuer, diviser, fois moins, par personne, équitablement, moitié, fraction, part...

  - Pour une **comparaison**, on trouvera des mots tels que : ordonner, ranger, plus que, moins que, autant que, classer, maximum, minimum...

La forme et la place de la question	
Obstacles	Aides
=> La question est le plus souvent posée en fin d'énoncé => La forme injonctive (impératif ou infinitif) n'est pas toujours reconnue comme une question ou une tâche à effectuer	**Aider l'élève à identifier le questionnement** - Faire verbaliser l'élève sur l'histoire du problème sans les données numériques l'aide à se représenter la situation. - Formuler la question en début d'énoncé permet à l'élève d'anticiper ce qu'il faut faire et de sélectionner plus facilement les données - Lire l'énoncé sans lire la question: demander à l'élève de dessiner ou d'écrire ce qu'il a compris de l'énoncé, demander d'écrire la question que l'élève a en tête. - Reconnaitre la forme interrogative: reformuler la question avec inversion du sujet - Faire créer des problèmes

Problème :
La masse d'un citron est le triple de la masse d'une prune. Aurore pèse ensemble 1 citron et 2 prunes, ils pèsent 100g.
Quelle est la masse :
a. d'une prune ?
b. d'un citron ?

25 + 25 + 25 | + 25

75 1 citron 25 une prune

Méthode

On à décomposer!

100

100 = 50 + 50

50 = 25 + 25 et 2(5) + 5

25 + 25 = 50 + 10 = 60

20 + 20

Isma, Oriane et Nabil

20gr 60 est le triple de 20!
1 + 1 = 40gr 60 citron

(20 x 2) = 40 + 60 = 100

(20 x 2) = 40 + 60 = 100

un citron = 60g + une prune = 20g + une prune = 100g

prune 20G

citron 60G

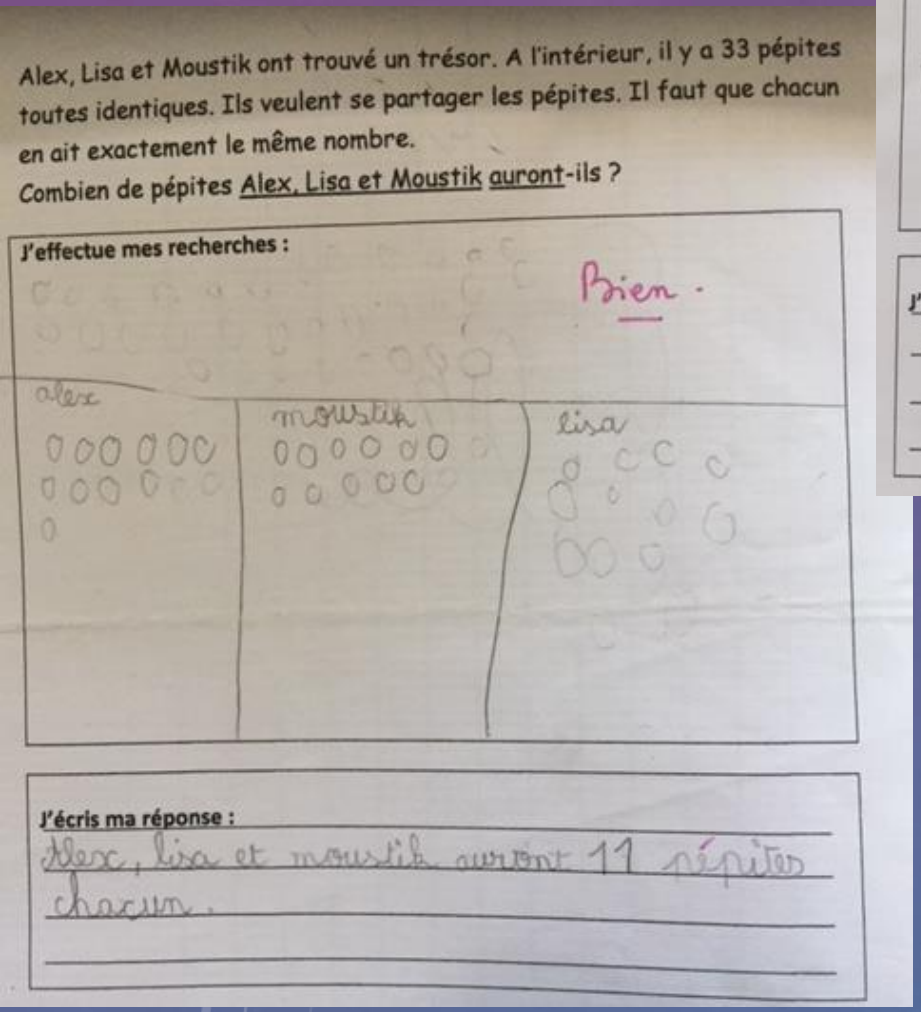
Les étapes du problème	
Obstacles	Aides
=> Elles correspondent à l'ordre des informations contenues dans l'énoncé => Elles peuvent être explicites (présence d'une question) ou implicites	- Repérer les données numériques et les transcrire (schéma/ calcul) pour permettre la résolution du problème - trouver la/les questions intermédiaires (identifier les sous-problèmes basiques qui constituent le problème)

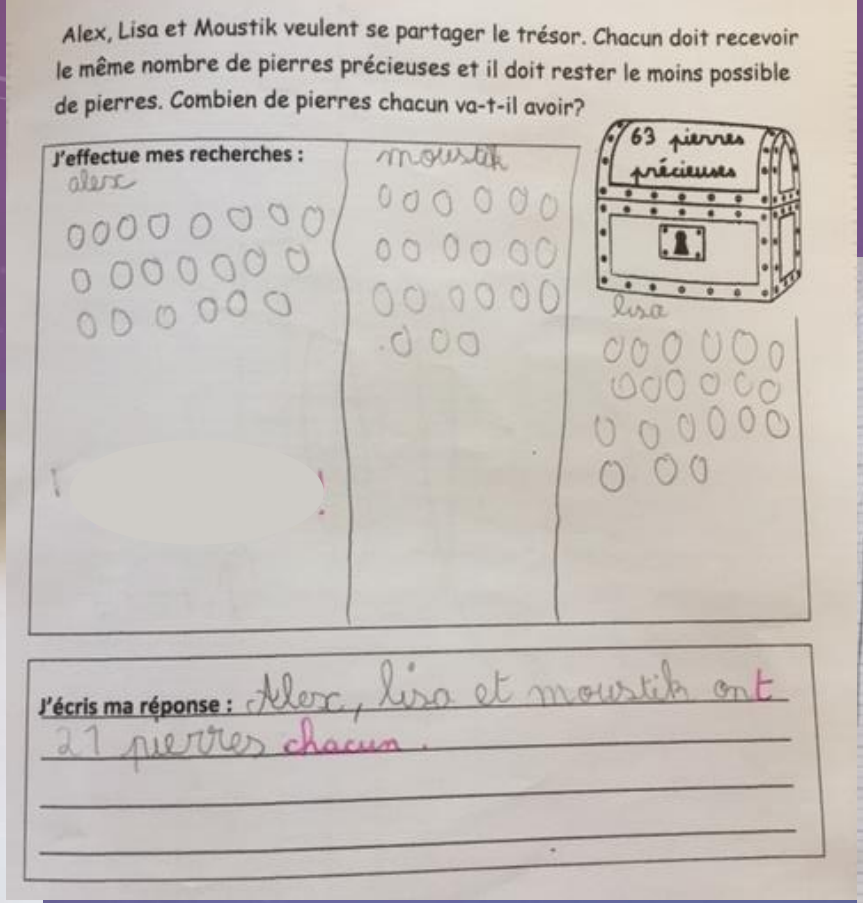
Quelle différenciation possible?

- Privilégier l'accompagnement des élèves pendant le temps de recherche individuelle à une longue présentation collective du problème en début de séance.
- Accompagnement individuel
- Prise en charge d'un petit groupe d'élèves pour un travail spécifique
  - Sur la compréhension (jouer le problème avec du matériel approprié, faire reformuler le problème…)
  - Sur le contenu mathématique qui pose problème

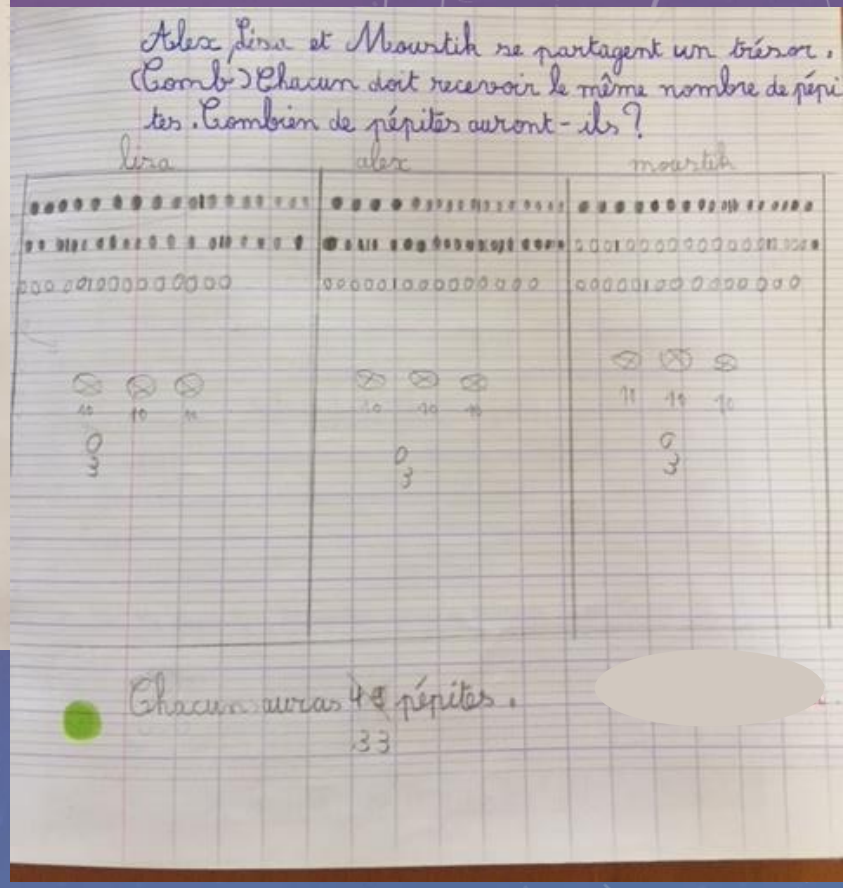
Exemple de progression
Cap Maths CE1

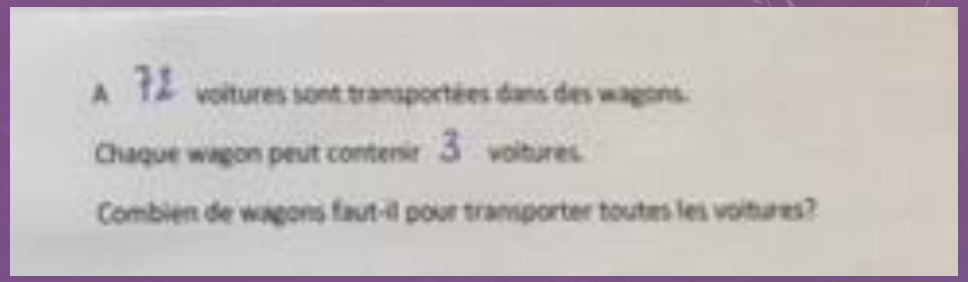
1/ Découverte du problème ouvert. Toute la classe a le même.





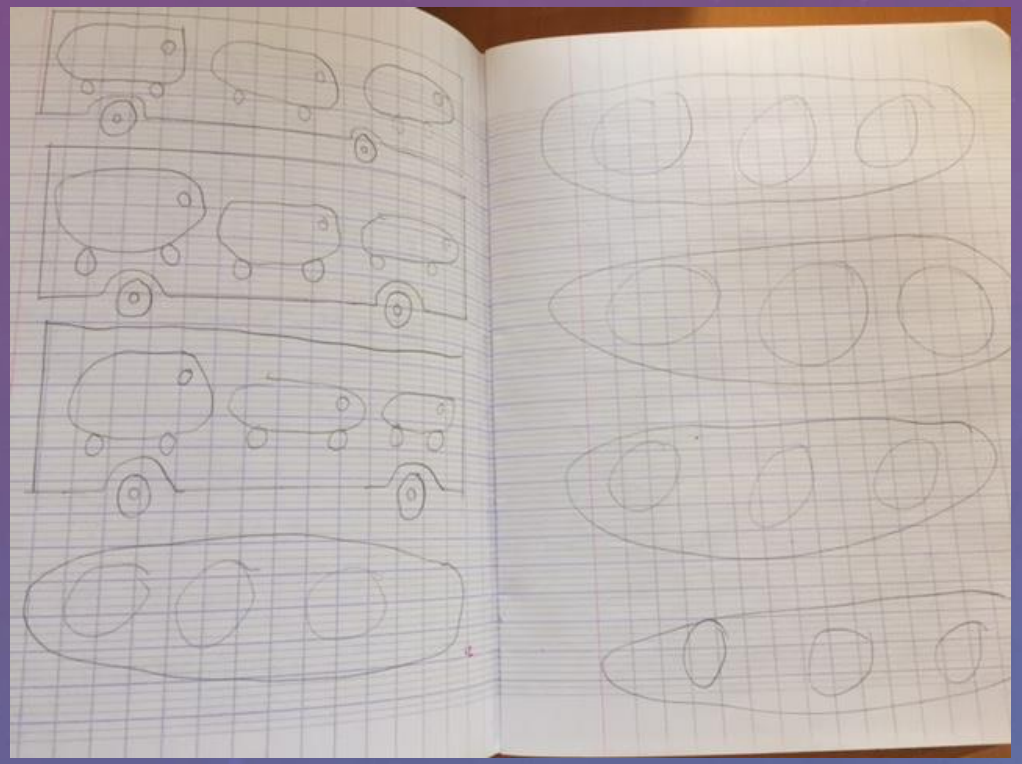
2/ Différenciation selon résultats au 1er problème.
On agit sur les nombres en jeu => permet le réinvestissement en offrant un degré de difficulté adapté.

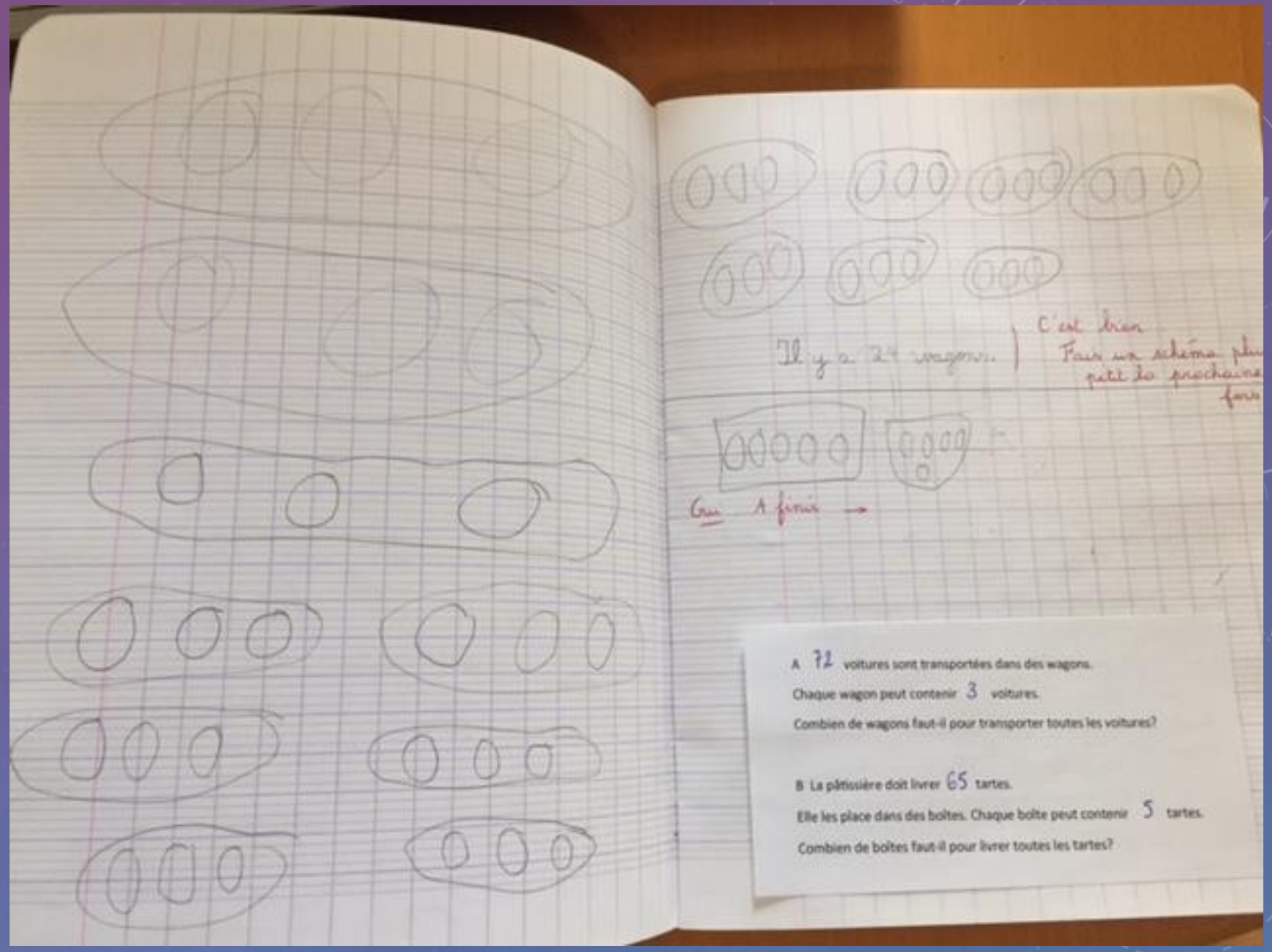



A 72 voitures sont transportées dans des wagons.

Chaque wagon peut contenir 3 voitures.

Combien de wagons faut-il pour transporter toutes les voitures?





Exemple de recherche par tâtonnement: problème de partage en début d'année de CE1.
Photocopier le problème sans donnée numérique permet de différencier facilement d'un élève à l'autre.

La manipulation

Pas nécessaire à tous les élèves (tout comme le schéma qui ne doit pas être imposé pour les élèves qui ont la procédure experte)

Kit mathématiques dans toutes les classes, y compris au C3 accessible dans un coin maths avec :

- Jetons, pions, dés, bande numérique, haricots, matériel base 10, calculatrice…
- La manipulation, l'action sur les objets réels de la situation permettent la construction de représentations qui pourront être réalisées (par un dessin par ex) ou seulement évoquées mentalement lors de situations analogues et permettront le développement d' « actions » au sens mathématique du terme: construction de schéma, calcul…

MAIS…

Par exemple, dans la page « Problèmes » en fin d'unité 2, le problème suivant est proposé (on sait qu'il y a 26 élèves dans la classe) : *Dans la classe, les élèves sont installés par groupes de deux élèves. Combien de groupes de deux élèves y a-t-il dans la classe de Lisa ?* Pour des élèves qui ont du mal à comprendre la situation, on peut montrer 26 objets, de préférence des personnages, qui représentent les élèves, commencer à les mettre par deux devant les élèves (8 objets par exemple), s'arrêter, remettre tous les objets dans une boîte et demander aux élèves « combien de groupes de deux on peut réaliser ? ».

Dans cette situation, le matériel est destiné à faire comprendre le problème aux élèves, mais n'est pas mis à leur disposition pour le résoudre. En effet, si les élèves répondent à la question à l'aide du matériel, ils ne font pas de mathématiques. C'est la nécessité d'avoir à construire la réponse, sans disposer du matériel, qui conduit à l'activité mathématique. Après résolution et débat entre les élèves, une solution peut être validée en faisant tous les groupes possibles avec le matériel.